

Mathématiques

Classe de 3^e

Cahier d'exercices

Année scolaire 2026-2027

Programme de cycle 4 (2020)

Sommaire

Chapitre 01	Arithmétique : nombres premiers et fractions irréductibles	3
Chapitre 02	Triangle rectangle : Pythagore, racine carrée et trigonométrie	5
Chapitre 03	Calcul littéral : double distributivité et identités remarquables	8
Chapitre 04	Statistiques	10
Chapitre 05	Équations, équations produits et équation $x^2 = a$	13
Chapitre 06	Théorème de Thalès et triangles semblables	15
Chapitre 07	Notion de fonction : vocabulaire, notations et représentations	17
Chapitre 08	Programmation : variables, boucles et blocs personnalisés	21
Chapitre 09	Probabilités et simulation	28
Chapitre 10	Rotations : frises, pavages et rosaces	32
Chapitre 11	Proportionnalité, fonctions linéaires et pourcentages d'évolution	37
Chapitre 12	Homothéties, agrandissement-réduction et effet sur les grandeurs	41
Chapitre 13	Fonctions affines	45
Chapitre 14	Puissances, notation scientifique et ordres de grandeur	49
Chapitre 15	Grandeurs composées, volumes et conversions d'unités	51
Chapitre 16	Espace : solides, sections planes et repérage sur la sphère	53
Chapitre 17	Vers le brevet : Pythagore et trigonométrie	56

Arithmétique : nombres premiers et fractions irréductibles

A1 Multiples, diviseurs et division euclidienne

- Effectuer la division euclidienne de 53 par 4 : donner le quotient et le reste, puis vérifier avec l'égalité $53 = 4 \times q + r$.
- 53 est-il un multiple de 4 ? Justifier.
- Quel est le multiple de 4 immédiatement inférieur à 53 ? Et le multiple immédiatement supérieur ?

A2 Lister tous les diviseurs d'un nombre

- Lister tous les diviseurs de 80, en les cherchant par paires : tester $i = 1, 2, 3, \dots$, et associer i et $\frac{80}{i}$ dès que i divise 80, jusqu'à ce que $i \times i$ dépasse 80.
- 25 divise-t-il 80 ? Justifier.
- Combien 80 a-t-il de diviseurs en tout ?

A3 Critères de divisibilité (1)

Pour chacun des nombres suivants, indiquer par lesquels de 2, 3, 5, 9 et 10 il est divisible. Aucune division ne doit être posée, et les réponses concernant 3 et 9 seront justifiées par le calcul utilisé.

306 ; 326 ; 890 ; 855 ; 186 ; 315

A4 Critères de divisibilité (2)

Pour chacun des nombres suivants, dire s'il est divisible par le nombre indiqué, en combinant deux critères de divisibilité. Aucune division ne doit être posée.

- 2558 est-il divisible par 45 ?
- 4748 est-il divisible par 6 ?
- 3745 est-il divisible par 18 ?
- 1232 est-il divisible par 15 ?

A5 Reconnaître un nombre premier

- Rappeler la définition d'un nombre premier.
- Pour chacun des nombres suivants, dire s'il est premier, en cherchant un diviseur parmi 2, 3, 5 et 7 (il suffit de tester les diviseurs premiers jusqu'à la racine carrée du nombre) : 29 ; 43 ; 65 ; 85.

A6 Le crible d'Ératosthène

Le crible d'Ératosthène permet de trouver tous les nombres premiers inférieurs ou égaux à un nombre donné.

Méthode

- Écrire tous les entiers de 2 à 70, et rayer le nombre 1 s'il y figure.
- Entourer le premier nombre non rayé (2) : il est premier. Rayer tous ses multiples (sauf lui-même).
- Entourer le premier nombre non rayé restant : il est premier. Rayer tous ses multiples.
- Répéter l'étape précédente jusqu'à ce qu'il ne reste plus de nombre à entourer.

- Appliquer cette méthode pour lister tous les nombres premiers inférieurs ou égaux à 70.

A7 Nombre premier ou composé ? Vrai ou faux

Ces affirmations sont-elles vraies ou fausses ? Justifier en donnant un diviseur si le nombre n'est pas premier.

- 180 est un nombre premier.
- 155 est un nombre premier.
- 139 est un nombre premier.
- 95 est un nombre premier.

A8 Décomposer en produit de facteurs premiers (1)

Décomposer 72 en produit de facteurs premiers, en effectuant des divisions successives par 2, puis 3, puis 5... jusqu'à obtenir 1.

A9 Décomposer en produit de facteurs premiers (2)

Décomposer chacun des nombres suivants en produit de facteurs premiers, en détaillant les divisions successives.

- 480
- 540

A10 Décomposition et divisibilité

On donne $660 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 11$.

- 20 divise-t-il 660 ? (comparer sa décomposition à celle de 660, sans diviser)
- 27 divise-t-il 660 ? (comparer sa décomposition à celle de 660, sans diviser)
- 35 divise-t-il 660 ? (comparer sa décomposition à celle de 660, sans diviser)
- 15 divise-t-il 660 ? (comparer sa décomposition à celle de 660, sans diviser)

A11 Un algorithme de décomposition

Un programme décompose un nombre n en facteurs premiers de la façon suivante.

Algorithme

- Variables : n (le nombre à décomposer) et d (le diviseur d'essai, initialisé à 2).
- Tant que $d \times d \leq n$: si d divise n , diviser n par d et noter d comme facteur trouvé (sans changer d) ; sinon, augmenter d de 1.
- Quand la boucle s'arrête, si $n > 1$, noter n comme dernier facteur.

- Dérouler cet algorithme à la main pour $n = 105$, en indiquant à chaque division la valeur de n et le facteur d utilisé, jusqu'à l'arrêt.
- En déduire la décomposition de 105 en produit de facteurs premiers.
- Combien de divisions l'algorithme a-t-il effectuées en tout ?

A12 Tester l'égalité de deux fractions

Pour chaque paire de fractions, dire si elles sont égales, en comparant les produits en croix (sans simplifier).

- $\frac{2}{9}$ et $\frac{2}{5}$?
- $\frac{6}{2}$ et $\frac{12}{4}$?
- $\frac{4}{6}$ et $\frac{9}{2}$?
- $\frac{4}{8}$ et $\frac{12}{24}$?

A13 Simplifier une fraction (1)

Simplifier chacune des fractions suivantes pour la rendre irréductible.

1. $\frac{8}{20}$
2. $\frac{16}{28}$
3. $\frac{8}{28}$
4. $\frac{8}{14}$

A14 Simplifier une fraction (2)

Simplifier chacune des fractions suivantes pour la rendre irréductible, en détaillant les étapes si plusieurs simplifications sont nécessaires.

1. $\frac{30}{70}$
2. $\frac{105}{120}$
3. $\frac{14}{35}$
4. $\frac{49}{56}$

A15 Rendre une fraction irréductible grâce à la décomposition

Décomposer le numérateur et le dénominateur de la fraction $\frac{20}{52}$ en produit de facteurs premiers, puis simplifier la fraction en supprimant les facteurs communs. Donner le résultat sous forme irréductible.

A16 Fraction irréductible ou non ? Vrai ou faux

Ces fractions sont-elles irréductibles ? Justifier en donnant le PGCD du numérateur et du dénominateur.

1. $\frac{3}{4}$
2. $\frac{12}{21}$
3. $\frac{16}{28}$
4. $\frac{4}{5}$

A17 Calculer avec des fractions

Calculer et donner le résultat sous forme de fraction irréductible.

1. $\frac{4}{6} + \frac{2}{6}$
2. $\frac{3}{4} + \frac{10}{12}$
3. $\frac{4}{2} \times \frac{2}{2}$
4. $\left(\frac{4}{3}\right) \div \left(\frac{5}{2}\right)$

Problèmes**A18 Les engrenages**

Un engrenage est formé de deux roues dentées, l'une de 20 dents, l'autre de 12 dents. Une dent de chaque roue est marquée d'un repère rouge ; au départ, les deux repères sont face à face.

- a. Après combien de dents engagées les deux repères seront-ils de nouveau face à face pour la première fois ?
- b. Combien de tours aura alors effectués chaque roue ?

A19 La conjonction de deux phénomènes

Deux bus partent ensemble à 8h00 du même arrêt. Le bus A repart ensuite toutes les 6 minutes, le bus B toutes les 12 minutes.

- a. À quelle heure les deux bus repartiront-ils de nouveau ensemble pour la première fois ?
- b. Combien de départs de bus A aura-t-il alors effectués depuis 8h00 ? Et le bus B ?

A20 Le partage en lots identiques

Une association a reçu 20 stylos et 25 cahiers, à répartir en lots identiques (même nombre de stylos et même nombre de cahiers dans chaque lot), sans qu'il en reste ni stylo ni cahier.

- a. Quel est le plus grand nombre de lots que l'on peut former ?
- b. Que contient alors chaque lot ?

A21 Le plus grand carrelage possible

Un artisan doit carrelé un sol rectangulaire de 30 cm sur 70 cm avec des carreaux carrés, tous identiques, sans découpe ni carreau qui dépasse. Il souhaite utiliser les carreaux les plus grands possible. Quelle doit être la taille de ces carreaux, et combien en faudra-t-il ?

Exercices pluridisciplinaires**A22 Le dérailleur du vélo**

Sur un vélo, le pédalier entraîne une roue dentée appelée **plateau**, de 28 dents, reliée par une chaîne à une roue dentée plus petite appelée **pignon**, de 11 dents, fixée sur la roue arrière. Le rapport de transmission est le quotient (nombre de dents du plateau) sur (nombre de dents du pignon).

- a. Écrire le rapport de transmission sous forme de fraction, puis le simplifier pour le rendre irréductible.
- b. Un tour de pédalier fait-il faire plus ou moins d'un tour à la roue arrière ? Justifier à partir du rapport trouvé.

A23 Les cycles rythmiques

Dans un morceau de musique, un motif rythmique de 5 temps se répète en boucle à la caisse claire, tandis qu'un motif de 7 temps se répète en boucle à la grosse caisse. Les deux instruments démarrent ensemble, au premier temps du morceau.

- a. Après combien de temps les deux motifs recommenceront-ils ensemble pour la première fois ?
- b. Combien de fois chaque motif aura-t-il alors été joué en entier ?

Triangle rectangle : Pythagore, racine carrée et trigonométrie

B1 Carrés parfaits et racines carrées (1)

- Calculer les carrés des nombres suivants : 8 ; 7 ; 12.
- Calculer les racines carrées suivantes : $\sqrt{9}$, $\sqrt{4}$, $\sqrt{16}$.

B2 Carrés parfaits et racines carrées (2)

Ces nombres sont-ils des carrés parfaits ? Justifier en donnant, le cas échéant, sa racine carrée.

- 26
- 61
- 2
- 36

B3 Valeur exacte et valeur approchée d'une racine carrée

- Pour chacun des nombres suivants, donner l'encadrement de sa racine carrée entre deux entiers consécutifs, puis une valeur approchée au dixième à l'aide de la calculatrice : $\sqrt{31}$, $\sqrt{101}$, $\sqrt{80}$.

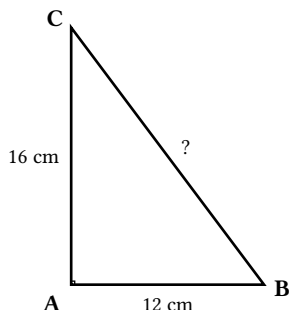
B4 Comparer des racines carrées

Comparer les deux nombres suivants, sans calculatrice.

- $\sqrt{110}$ et $\sqrt{77}$
- $\sqrt{35}$ et $\sqrt{70}$
- $\sqrt{28}$ et $\sqrt{70}$
- $\sqrt{135}$ et $\sqrt{109}$

B5 Calculer l'hypoténuse

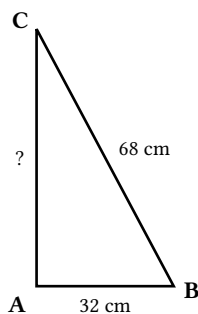
ABC est un triangle rectangle en A, tel que $AB = 12$ cm et $AC = 16$ cm.



- Calculer la longueur BC.

B6 Calculer un côté de l'angle droit

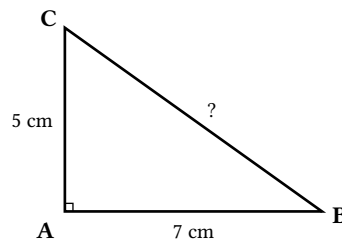
ABC est un triangle rectangle en A, tel que $BC = 68$ cm et $AB = 32$ cm.



- Calculer la longueur AC.

B7 Pythagore : résultats non entiers

ABC est un triangle rectangle en A, tel que $AB = 7$ cm et $AC = 5$ cm.



- Donner la valeur exacte de BC.
- Donner une valeur approchée de BC au centième près.

B8 Pythagore : vrai ou faux

Dans chaque triangle rectangle en A, un élève annonce la valeur de l'hypoténuse BC à partir de AB et AC. A-t-il raison ? Justifier.

- $AB = 6$ cm, $AC = 8$ cm, l'élève annonce $BC = 11$ cm.
- $AB = 15$ cm, $AC = 36$ cm, l'élève annonce $BC = 40$ cm.
- $AB = 18$ cm, $AC = 24$ cm, l'élève annonce $BC = 31$ cm.
- $AB = 14$ cm, $AC = 48$ cm, l'élève annonce $BC = 51$ cm.

B9 La réciproque de Pythagore (1)

Un triangle RST a pour longueurs de côtés $RS = 24$ cm, $ST = 45$ cm et $RT = 51$ cm.

- Ce triangle est-il rectangle ? Justifier.

B10 La réciproque de Pythagore (2)

Un triangle MNP a pour longueurs de côtés $MN = 11$ cm, $NP = 7$ cm et $MP = 14$ cm.

- Ce triangle est-il rectangle ? Justifier.

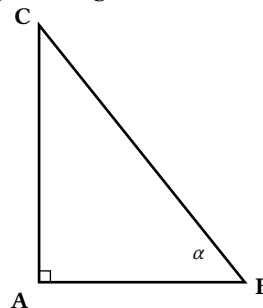
B11 Nature d'un triangle : vrai ou faux

Un triangle a pour longueurs de côtés les trois nombres indiqués. Est-il rectangle ?

- 8 cm, 7 cm et 13 cm.
- 18 cm, 24 cm et 30 cm.
- 10 cm, 5 cm et 13 cm.
- 7 cm, 9 cm et 13 cm.

B12 Identifier côté adjacent, opposé, hypoténuse

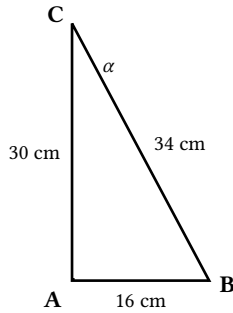
ABC est un triangle rectangle en A.



- Dans le triangle ABC, nommer le côté opposé à l'angle α , le côté adjacent à l'angle α , et l'hypoténuse.

B13 Calculer un cosinus, un sinus, une tangente

ABC est un triangle rectangle en A , tel que $AB = 16$ cm, $AC = 30$ cm et $BC = 34$ cm.



- a. Calculer $\cos(\alpha)$, $\sin(\alpha)$ et $\tan(\alpha)$, sous forme de fractions simplifiées.

B14 Choisir la bonne ligne trigonométrique

Dans chaque situation, un triangle est rectangle et α est l'un de ses angles aigus. Quelle ligne trigonométrique (cosinus, sinus ou tangente) permet de résoudre le problème posé, sans la calculer ?

- On connaît la mesure de l'angle α et la longueur du côté adjacent à α ; on veut calculer l'hypoténuse.
- On connaît la mesure de l'angle α et la longueur du côté adjacent à α ; on veut calculer le côté opposé.
- On connaît les longueurs du côté opposé à α et de l'hypoténuse ; on veut calculer la mesure de α .
- On connaît les longueurs du côté opposé et du côté adjacent à α ; on veut calculer la mesure de α .

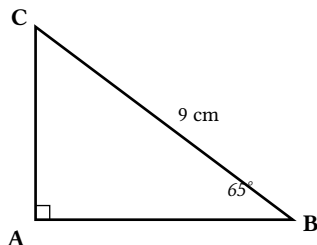
B15 Trigonométrie : vrai ou faux

ABC est un triangle rectangle en A . Ces affirmations sont-elles vraies ou fausses ? Justifier.

- $AB = 7$ cm, $AC = 24$ cm, $BC = 25$ cm ; on annonce $\cos(B) = \frac{7}{25}$.
- $AB = 14$ cm, $AC = 48$ cm, $BC = 50$ cm ; on annonce $\cos(B) = \frac{7}{25}$.
- $AB = 5$ cm, $AC = 12$ cm, $BC = 13$ cm ; on annonce $\sin(B) = \frac{12}{13}$.
- $AB = 16$ cm, $AC = 30$ cm, $BC = 34$ cm ; on annonce $\sin(B) = \frac{15}{18}$.

B16 Calculer une longueur grâce au cosinus

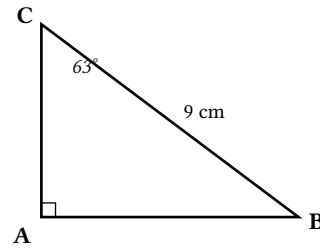
ABC est un triangle rectangle en A , tel que $BC = 9$ cm et l'angle en B mesure 65° .



- a. Calculer la longueur du côté adjacent à l'angle en B , arrondie au dixième de centimètre.

B17 Calculer une longueur grâce au sinus ou à la tangente

ABC est un triangle rectangle en A , tel que $BC = 9$ cm et l'angle en C mesure 63° .



- a. Calculer la longueur du côté opposé à l'angle en C , arrondie au dixième de centimètre.

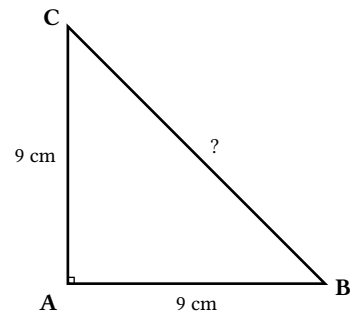
B18 Calculer une mesure d'angle

ABC est un triangle rectangle en A , tel que $AB = 6$ cm et $BC = 19$ cm.

- a. Calculer la mesure de l'angle en B , arrondie au dixième de degré.

B19 Synthèse : Pythagore puis trigonométrie

ABC est un triangle rectangle en A , tel que $AB = 9$ cm et $AC = 9$ cm.



- Calculer la longueur BC , arrondie au dixième de centimètre.
- En déduire la mesure de l'angle en B , arrondie au dixième de degré.

Problèmes

B20 L'échelle contre le mur

Une échelle de 6 m de long est posée contre un mur vertical. Elle forme un angle de 69° avec le sol horizontal.

- Calculer la hauteur atteinte par l'échelle sur le mur, arrondie au dixième de mètre.
- Calculer la distance entre le pied de l'échelle et le mur, arrondie au dixième de mètre.

B21 La charpente à deux pentes

Une charpente a une largeur totale de 12 m (soit une demi-largeur de 6 m), symétrique de part et d'autre du faîtage. Chaque pente forme un angle de 36° avec le plan horizontal du plafond.

- Calculer la hauteur du faîtage au-dessus du plafond, arrondie au dixième de mètre.
- Calculer la longueur d'un chevron (la pente du toit, d'un mur au faîtage), arrondie au dixième de mètre.

B22 La diagonale de l'écran

Un écran de télévision rectangulaire mesure 112 cm de large sur 63 cm de haut.

- a. Calculer la longueur de la diagonale de l'écran, en cm, arrondie au dixième.
- b. Sachant que 1 pouce vaut 2,54 cm (c'est ainsi que les écrans sont commercialisés), donner la diagonale en pouces, arrondie à l'entier.

B23 La rampe d'accès est-elle conforme ?

Une rampe d'accès pour fauteuil roulant doit permettre de franchir une hauteur de 33 cm, sur une longueur horizontale disponible de 4 m. La réglementation impose que l'angle formé par la rampe avec le sol ne dépasse pas 5° . Cette rampe, construite sur toute la longueur disponible, est-elle conforme à la réglementation ?

Exercices pluridisciplinaires

B24 Le mur d'escalade

Un mur d'escalade artificiel mesure 14 m de haut. Il présente un dévers (surplomb) de 2 m à son sommet : le haut du mur est décalé de 2 m par rapport au bas, vers l'extérieur.

- a. Calculer la longueur de la voie d'escalade, c'est-à-dire la distance parcourue par le grimpeur le long de la paroi entre le bas et le sommet, arrondie au dixième de mètre.
- b. Calculer l'angle que fait la paroi avec la verticale, arrondi au degré.

B25 L'inclinaison du panneau solaire

Un panneau solaire de 1,82 m de long est installé incliné de 29° par rapport à l'horizontale, pour optimiser la réception du rayonnement solaire.

- a. Calculer la hauteur atteinte par le bord supérieur du panneau, arrondie au centième de mètre.
- b. Calculer l'encombrement au sol du panneau (la projection horizontale de sa longueur), arrondi au centième de mètre.

Calcul littéral : double distributivité et identités remarquables

C1 Somme ou produit ?

Ces expressions sont-elles des sommes ou des produits ? (On regarde la dernière opération effectuée si on calculait l'expression.)

1. $7x + 2x^2$
2. $6x - 4$
3. $2(x + 7)$
4. $8x(x - 6)$

C2 Réduire une expression

Réduire chacune des expressions suivantes.

1. $8x + 9x - 8x - 7$
2. $9x - 7x + 6x + 7$
3. $7x + 3x - 5x$
4. $-2x + 3x + 9x$

C3 Déterminer l'opposé d'une expression

Écrire l'opposé de chacune des expressions suivantes.

1. $8x - 5$
2. $-x^2 - 4x + 9$
3. $-x^2 + 5x + 5$
4. $x^2 + 5x + 5$

C4 Développer avec la distributivité simple (1)

Développer chacune des expressions suivantes.

1. $3(x + 5)$
2. $4(x + 6)$
3. $5(x + 3)$
4. $7(x + 9)$

C5 Développer avec la distributivité simple (2)

Développer chacune des expressions suivantes.

1. $-5(5x + 3)$
2. $-6(2x + 8)$
3. $-5(6x - 3)$
4. $-2(3x - 5)$

C6 Factoriser avec un facteur commun

Factoriser chacune des expressions suivantes.

1. $7x^2 + 7x$
2. $4x + 12$
3. $2x^2 + 2x$
4. $7x - 42$

C7 Développer $(x+a)(x+b)$

Développer et réduire chacune des expressions suivantes.

1. $(x - 2)(x - 9)$
2. $(x + 2)(x - 4)$
3. $(x + 2)(x + 5)$
4. $(x - 8)(x + 2)$

C8 Développer $(ax+b)(cx+d)$

Développer et réduire chacune des expressions suivantes.

1. $(3x + 4)(4x + 6)$
2. $(2x + 8)(4x - 8)$
3. $(3x + 8)(4x + 6)$
4. $(4x + 7)(2x + 3)$

C9 Développer et réduire une expression complexe

Développer et réduire l'expression suivante : $2(x - 6) + (x - 3)(x - 6)$.

C10 Développer $(x+a)^2$ et $(x-a)^2$

Développer et réduire chacune des expressions suivantes.

1. $(x - 8)^2$
2. $(x - 11)^2$
3. $(x + 8)^2$
4. $(x + 8)^2$

C11 Développer $(x+a)(x-a)$

Développer et réduire chacune des expressions suivantes.

1. $(x + 11)(x - 11)$
2. $(x + 5)(x - 5)$
3. $(x + 4)(x - 4)$
4. $(x + 10)(x - 10)$

C12 Reconnaître quelle identité utiliser

Quelle identité remarquable permet de développer directement chacune des expressions suivantes : $(x + a)^2$, $(x - a)^2$ ou $(x + a)(x - a)$?

1. $(x + 3)^2$
2. $(x + 8)(x - 8)$
3. $(x + 11)^2$
4. $(x + 3)^2$

C13 Identités remarquables : vrai ou faux

Ces développements sont-ils corrects ? Justifier, et donner le développement correct si besoin.

- a. $(x + 4)^2 = x^2 + 8x + 16$
- b. $(x + 7)(x - 7) = x^2 - 47$
- c. $(x + 6)^2 = x^2 + 12x + 38$
- d. $(x + 5)^2 = x^2 + 10x + 27$

C14 Calcul astucieux grâce aux identités remarquables

- a. En écrivant 89 sous la forme $90 - 1$, calculer 89×91 sans poser de multiplication.
- b. En écrivant 91 sous la forme $90 + 1$, calculer 91^2 sans poser de multiplication.

C15 Factoriser une expression de la forme $x^2 - k^2$

Factoriser chacune des expressions suivantes.

1. $x^2 - 81$
2. $x^2 - 16$
3. $x^2 - 144$
4. $x^2 - 100$

C16 Factoriser puis calculer par substitution

- a. Factoriser l'expression $x^2 - 64$.
- b. En utilisant la forme factorisée, calculer sa valeur pour $x = 18$, sans poser de multiplication à plusieurs chiffres.

C17 Démontrer l'équivalence de deux programmes de calcul

On considère les deux programmes de calcul suivants.

Programme A

- Choisir un nombre.
- Ajouter 6.
- Élever le résultat au carré.

Programme B

- Choisir un nombre.
- Élever ce nombre au carré.
- Ajouter le double du produit du nombre choisi par 6.
- Ajouter 36.

- a. Tester les deux programmes avec le nombre de départ 10, puis avec le nombre de départ 0. Que remarque-t-on ?
- b. Démontrer, à l'aide du calcul littéral, que les deux programmes donnent toujours le même résultat, quel que soit le nombre choisi au départ.

C18 Démontrer une propriété générale

- a. Calculer $(17)^2 - 16^2$, puis calculer $16 + 17$. Que remarque-t-on ?
- b. En notant n un entier, démontrer que la différence des carrés de deux entiers consécutifs n et $n + 1$ est toujours égale à leur somme.

Problèmes**C19 Aire d'un carré agrandi**

Un carré a un côté de longueur x cm. On construit un second carré dont le côté mesure 8 cm de plus.

- a. Exprimer, en fonction de x , l'aire du second carré, sous forme développée et réduite.
- b. Calculer cette aire pour $x = 12$.

C20 La bordure du bassin

Un bassin carré a un côté de longueur x m. Il est entouré d'une bordure en pierre de largeur constante 1 m.

- a. Exprimer, en fonction de x , la longueur du côté du grand carré formé par le bassin et sa bordure.
- b. En déduire l'aire de la bordure seule (aire du grand carré moins aire du bassin), sous forme développée et réduite.
- c. Calculer cette aire pour $x = 15$.

C21 Comparer deux expressions

On considère les deux expressions $A = x^2 + 49$ et $B = 14x$.

- a. Calculer A et B pour $x = 7$, puis pour $x = -2$.
- b. Calculer et factoriser $A - B$.
- c. En déduire que A est toujours supérieur ou égal à B , quelle que soit la valeur de x (même négative).

C22 La différence des carrés de deux entiers consécutifs

On a remarqué que $14^2 - 13^2 = 27$, un nombre impair. Démontrer que la différence des carrés de deux entiers consécutifs est toujours un nombre impair, quels que soient les deux entiers consécutifs choisis.

C24 Comparer deux tarifs

Une salle de sport propose deux formules pour x séances dans le mois :

- Formule A : un abonnement de 15 € plus 4 € par séance, soit $A = 15 + 4x$.
- Formule B : 9 € par séance sans abonnement, soit $B = 9x$.

- a. Calculer le prix de chaque formule pour $x = 4$ séances.
- b. Calculer le prix de chaque formule pour $x = 8$ séances.
- c. D'après ces deux calculs, quelle formule semble la plus avantageuse pour un petit nombre de séances ? Pour un grand nombre de séances ?

Exercices pluridisciplinaires**C23 Le cadre du tableau**

Un tableau carré de côté x cm est entouré d'un cadre en bois de largeur constante 5 cm.

- a. Exprimer, en fonction de x , l'aire du cadre seul (bois visible, sans le tableau), sous forme développée et réduite.
- b. Calculer cette aire pour $x = 21$.

Statistiques

D1 Effectifs et fréquences

Dans une classe, on a demandé le moyen de transport utilisé pour venir au collège. Voici les résultats :

Moyen de transport	À pied	Vélo	Bus	Voiture
Effectif	5	6	12	13

- Calculer l'effectif total de la classe.
- Calculer la fréquence, en pourcentage arrondi à l'unité, de chaque moyen de transport.

D2 Lire un tableau statistique

Voici les notes obtenues par une classe à un contrôle.

Note sur 20	18	16	10	13	9
Effectif	7	1	4	9	4

- Combien d'élèves cette classe compte-t-elle ?
- Quelle est la note la plus fréquente ? Combien d'élèves l'ont obtenue ?
- Combien d'élèves ont obtenu une note supérieure ou égale à 10 ?

D3 Calculer une moyenne simple

Un athlète a réalisé les temps suivants (en secondes) sur cinq courses : 18 ; 9 ; 10 ; 7 ; 8.

- Calculer le temps moyen, arrondi au centième.

D4 Calculer une moyenne pondérée

Voici la répartition des notes d'une classe à un devoir.

Note	15	18	7	17	11
Effectif	6	6	3	5	3

- Calculer la note moyenne de la classe, arrondie au centième.

D5 Déterminer une médiane (effectif impair)

Voici les âges de sept cousins réunis pour un anniversaire : 28 ; 26 ; 19 ; 3 ; 4 ; 5 ; 18.

- Ranger ces âges dans l'ordre croissant.
- Déterminer la médiane de cette série. Que signifie-t-elle ?

D6 Déterminer une médiane (effectif pair)

Voici les tailles, en cm au-dessus d'1 m, de huit plants de tomates : 26 ; 14 ; 22 ; 15 ; 21 ; 18 ; 24 ; 30.

- Ranger ces tailles dans l'ordre croissant.
- Déterminer la médiane de cette série.

D7 Calculer l'étendue

Voici les températures relevées à midi pendant six jours (en °C) : 17 ; 25 ; 27 ; 31 ; 14 ; 7.

- Calculer l'étendue de cette série de températures.

D8 Comparer deux séries

Deux classes ont obtenu les notes suivantes à un même contrôle. Classe A : 14 ; 13 ; 11 ; 17 ; 10. Classe B : 10 ; 12 ; 20 ; 13 ; 7.

- Calculer la moyenne de chaque classe.
- Déterminer la médiane de chaque classe.
- Calculer l'étendue de chaque classe.
- Quelle classe a des résultats les plus homogènes ? Justifier.

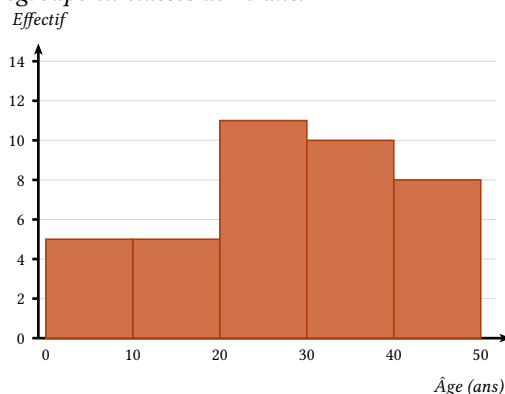
D9 Regrouper en classes de même amplitude

Voici les temps de trajet, en minutes, de quinze élèves pour venir au collège : 29 ; 4 ; 7 ; 12 ; 26 ; 10 ; 6 ; 6 ; 18 ; 9 ; 17 ; 31 ; 25 ; 9 ; 28.

- Regrouper ces données en classes de même amplitude 10, en commençant à 0, dans un tableau d'effectifs.
- Quelle est la classe qui rassemble le plus d'élèves ?

D10 Lire un histogramme

Cet histogramme représente l'âge des adhérents d'un club de sport, regroupé en classes de 10 ans.



- Combien d'adhérents ont entre 20 et 30 ans ?
- Quel est l'effectif total du club ?
- Quelle est la classe d'âge la plus représentée ?

D11 Construire un histogramme

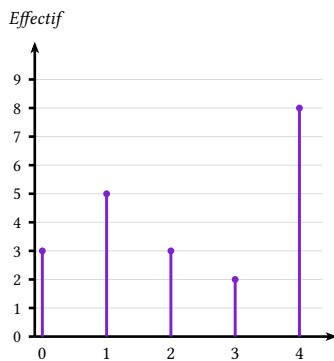
Voici la répartition des masses, en kg, des colis reçus par un commerçant, regroupées en classes de 5 kg.

Masse (kg)	[0;5[	[5;10[	[10;15[	[15;20[	[20;25[
Effectif	9	14	15	2	4

- Construire l'histogramme de cette série.

D12 Lire un diagramme en bâtons

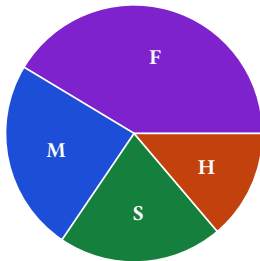
Ce diagramme représente le nombre d'enfants dans les familles d'une classe.



- Combien de familles ont exactement 2 enfants ?
- Combien d'élèves cette classe compte-t-elle en tout ?
- Combien de familles ont au moins 3 enfants ?

D13 Lire un diagramme circulaire

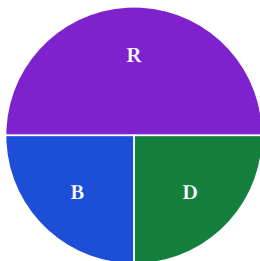
Ce diagramme représente la matière préférée des élèves d'une classe.



- En observant les parts du diagramme, quelle matière semble la plus populaire ? Laquelle semble la moins populaire ?
- Sachant que les effectifs sont F : 12, M : 7, S : 6, H : 4, calculer l'effectif total de la classe et la fréquence, en pourcentage arrondi à l'unité, de chaque matière.

D14 Du diagramme circulaire au tableau

Ce diagramme circulaire représente la répartition de 60 adhérents d'une médiathèque entre trois secteurs : romans (R), bandes dessinées (B) et documentaires (D).



- Sans mesurer les angles, mais en observant que chaque part occupe un quart ou une moitié du disque, donner la fréquence de chaque secteur.
- En déduire l'effectif de chaque secteur.

D15 Utiliser un tableau

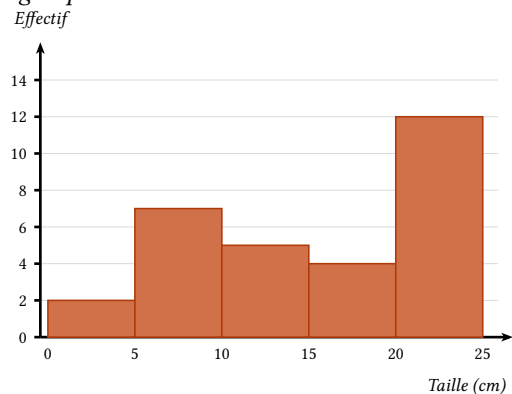
Un professeur a saisi les notes d'une classe dans un tableau : les notes sont dans les cellules B1 à F1, les effectifs correspondants dans les cellules B2 à F2. La cellule G2 contient l'effectif total, et la cellule G3 la moyenne de la classe.

	B	C	D	E	F
1 (note)	14	18	9	13	16
2 (effectif)	7	3	9	9	7

- Écrire la formule à saisir dans la cellule G2 pour obtenir l'effectif total.
- Écrire la formule à saisir dans la cellule G3 pour obtenir la moyenne de la classe (fonction MOYENNE, qui ne pondère pas par les effectifs).
- Sachant que la fonction MOYENNE ne tient pas compte des effectifs, comment obtenir la vraie moyenne pondérée sans cette fonction ?

D16 Lecture de représentations : vrai ou faux

Cet histogramme représente la taille, en cm, de plants de tournesol, regroupée en classes de 5 cm.



Ces affirmations sont-elles vraies ou fausses ?

- L'effectif total est 30.
- L'effectif total est 33.
- La classe [10 ; 15[a un effectif de 5.
- La classe [0 ; 5[a un effectif de 7.

Problèmes**D17 Comparer deux séries de notes**

Voici les notes sur 20 obtenues par cinq élèves à un contrôle : 11 ; 2 ; 12 ; 10 ; 11.

- Calculer la moyenne de cette série, arrondie au centième.
- Déterminer la médiane de cette série.
- Laquelle de ces deux valeurs semble la plus représentative du niveau réel de la classe ? Justifier.

D18 L'enquête temps de trajet

Un collège a interrogé 20 élèves sur leur temps de trajet, en minutes, pour venir en cours : 35 ; 31 ; 34 ; 33 ; 43 ; 19 ; 8 ; 2 ; 6 ; 26 ; 20 ; 2 ; 24 ; 2 ; 10 ; 8 ; 19 ; 13 ; 20 ; 11.

- Regrouper ces données en classes de même amplitude 15, en commençant à 0.
- Construire l'histogramme correspondant.
- Quelle proportion des élèves interrogés met moins de 15 minutes pour venir au collège ?

D19 Le panier moyen

Un supermarché a relevé le montant des achats d'un échantillon de clients un samedi matin.

Montant (€)	15	45	25	20	10
Nombre de clients	39	30	49	39	15

- Combien de clients ont été interrogés ?
- Calculer le montant moyen d'un panier, arrondi au centime d'euro.

D20 Le salaire moyen est-il représentatif ?

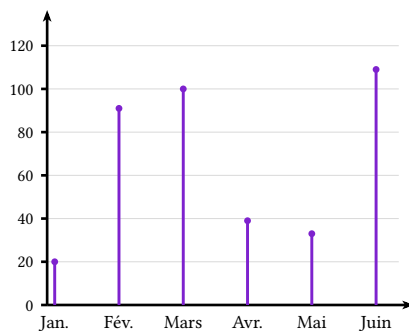
Une petite entreprise compte neuf salariés. Huit d'entre eux touchent respectivement, en euros par mois : 2047 ; 2180 ; 2213 ; 2098 ; 2054 ; 2286 ; 2056 ; 2074. Le neuvième, le dirigeant, touche 14418 € par mois. Le dirigeant affirme : « Dans mon entreprise, le salaire moyen est très correct. » A-t-il raison de mettre en avant ce chiffre ? Calculer la moyenne et la médiane des neuf salaires pour appuyer la réponse.

Exercices pluridisciplinaires

D21 La pluviométrie

Ce diagramme représente les précipitations mensuelles, en mm, relevées dans une station météo entre janvier et juin.

Précipitations (mm)

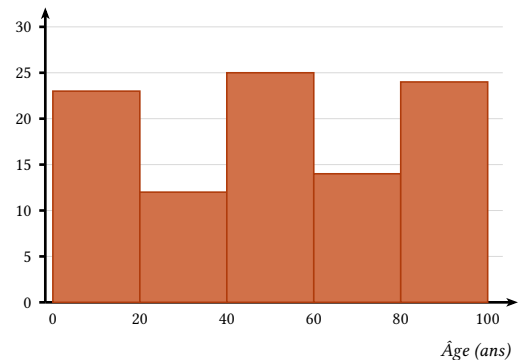


- Quel mois a été le plus pluvieux ? Le moins pluvieux ?
- Calculer l'étendue de cette série de précipitations.
- Calculer le cumul total de précipitations sur les six mois.

D22 La pyramide des âges

Cet histogramme représente la répartition par âge de la population d'une commune, en milliers d'habitants, regroupée en classes de 20 ans.

Population (milliers)



- Calculer la population totale de la commune.
- Calculer la fréquence, en pourcentage arrondi à l'unité, des habitants de 60 ans ou plus.

Équations, équations produits et équation $x^2 = a$ **E1 Tester si un nombre est solution**

Pour chaque équation, le nombre indiqué est-il solution ? Justifier par un calcul.

- $9x + 5 = 32$, avec $x = 4$.
- $2x + 9 = 11$, avec $x = 2$.
- $4x + 8 = 20$, avec $x = 4$.
- $5x + 6 = 21$, avec $x = 4$.

E2 Mettre un problème en équation

Léna pense à un nombre. Elle le multiplie par 6, puis ajoute 3 : elle obtient 27.

- En notant x le nombre choisi par Léna, traduire cette situation par une équation.
- Vérifier que 4 est solution de cette équation.

E3 Résoudre une équation du type $ax = b$

Résoudre chacune des équations suivantes.

- $8x = -56$
- $8x = -48$
- $2x = 10$
- $4x = -28$

E4 Résoudre une équation du type $ax + b = c$

Résoudre chacune des équations suivantes.

- $3x + 6 = 24$
- $3x - 9 = 12$
- $5x - 7 = -42$
- $6x + 6 = -24$

E5 Résoudre une équation avec x des deux côtés

Résoudre chacune des équations suivantes.

- $6x - 2 = 3x - 11$
- $4x - 7 = 5x - 8$
- $6x - 6 = 7x - 9$
- $9x - 3 = 8x - 5$

E6 Résoudre une équation avec parenthèses

Résoudre chacune des équations suivantes.

- $3(x - 6) = -6$
- $4(x + 5) = 28$
- $6(x - 7) = -72$
- $8(x - 4) = -24$

E7 Résoudre une équation avec des fractions

Résoudre chacune des équations suivantes.

- $\frac{x}{3} - 8 = -8$
- $\frac{x}{4} - 9 = -14$
- $\frac{x}{3} + 4 = 5$
- $\frac{x}{5} - 7 = -11$

E8 Annulation d'un produit

Pour chaque équation produit, donner directement ses solutions, sans développer.

- $6(x - 7)(x - 9) = 0$
- $3(x - 8)(x - 5) = 0$
- $5(x + 8)(x + 9) = 0$
- $6(x - 4)(x - 6) = 0$

E9 Résoudre une équation produit

Résoudre chacune des équations produits suivantes.

- $(4x + 6)(4x + 7) = 0$
- $(4x - 2)(2x - 6) = 0$
- $(6x + 3)(5x + 3) = 0$
- $(4x - 7)(3x + 9) = 0$

E10 Factoriser puis résoudre

Factoriser puis résoudre chacune des équations suivantes.

- $3x^2 + 3x = 0$
- $3x^2 - 9x = 0$
- $6x^2 + 2x = 0$
- $2x^2 + 4x = 0$

E11 Une équation produit à trois facteurs

Résoudre l'équation suivante.

$$(x + 5)(x - 1)(x - 5) = 0$$

E12 Résoudre $x^2 = a$

Résoudre chacune des équations suivantes.

- $x^2 = 9$
- $x^2 = 121$
- $x^2 = 16$
- $x^2 = 49$

E13 Résoudre $x^2 = a$: cas particuliers

Résoudre chacune des équations suivantes, si c'est possible.

- $x^2 = 49$
- $x^2 = 0$
- $x^2 = 36$
- $x^2 = -8$

E14 Une équation se ramenant à $x^2 = a$

Résoudre chacune des équations suivantes.

- $6x^2 = 96$
- $3x^2 = 75$
- $6x^2 = 24$
- $5x^2 = 405$

E15 Résoudre en factorisant $a^2 - b^2$

Résoudre chacune des équations suivantes, en factorisant.

- $x^2 - 4 = 0$
- $x^2 - 81 = 0$
- $x^2 - 144 = 0$
- $x^2 - 49 = 0$

E16 Une équation produit issue d'une identité remarquable

Résoudre chacune des équations suivantes, en factorisant.

- $(x + 5)^2 - 25 = 0$
- $(x - 5)^2 - 25 = 0$
- $(x - 9)^2 - 64 = 0$

E17 Choisir la bonne méthode

Sans résoudre, indiquer la méthode la plus directe pour résoudre chacune de ces équations (isoler x , utiliser un produit nul, ou se ramener à $x^2 = a$).

- $x^2 - 49 = 0$
- $3x + 7 = 8x - 3$
- $5x - 3 = 12$
- $3x^2 = 75$
- $x(2x + 1) = 0$

E18 Résoudre des équations variées

Résoudre chacune des équations suivantes.

- $2x + 4 = 8$
- $(x - 4)(x + 8) = 0$
- $x^2 = 64$

E19 Vérifier une solution annoncée

Pour chaque équation, le nombre indiqué est-il solution ? Justifier.

- a. $3x - 4 = 14$, avec $x = 7$.
- b. $(x + 3)(x + 9) = 0$, avec $x = -3$.
- c. $x^2 = 64$, avec $x = 9$.

Problèmes

E20 Rectangle et carré de même périmètre

Un rectangle a pour largeur 4 cm et pour longueur x cm. Un carré a pour côté $(x - 2)$ cm. Ces deux figures ont le même périmètre.

- a. Exprimer le périmètre du rectangle, puis celui du carré, en fonction de x .
- b. En déduire une équation vérifiée par x , puis la résoudre.
- c. Vérifier le résultat en calculant les deux périmètres pour cette valeur de x .

E21 Deux abonnements égaux

Une salle de cinéma propose deux formules. Formule A : un abonnement de 42 € plus 4 € par séance. Formule B : 10 € par séance, sans abonnement.

- a. En notant x le nombre de séances, exprimer le prix de chaque formule en fonction de x .
- b. Déterminer, en résolvant une équation, le nombre de séances pour lequel les deux formules coûtent le même prix.

E22 Un problème d'âges

Noé a 22 ans. Dans 4 ans, il aura le double de l'âge qu'aura alors son petit frère, âgé aujourd'hui de x ans.

- a. Exprimer, en fonction de x , l'âge de chacun dans 4 ans.
- b. En déduire une équation vérifiée par x , puis la résoudre.

E23 Les dimensions du terrain

Un terrain rectangulaire a un périmètre de 94 m. Sa longueur dépasse sa largeur de 3 m. Quelles sont les dimensions de ce terrain ?

Exercices pluridisciplinaires

E24 L'équilibre de la balance

Sur une balance de Roberval en équilibre, le plateau de gauche porte 2 masses identiques inconnues (notées x grammes chacune) et une masse de 21 g. Le plateau de droite porte une masse de 79 g.

- a. Écrire l'équation d'équilibre de la balance.
- b. Résoudre cette équation pour trouver la masse x de chaque objet inconnu.

E25 Le budget du voyage scolaire

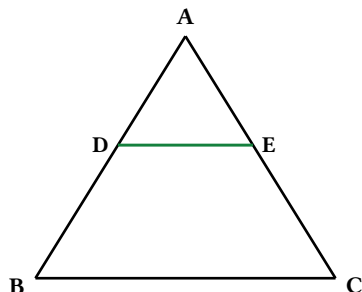
A school is organising a trip to London. Families pay a deposit (« dépôt ») of 86 £, then 27 £ every month. The total cost of the trip is 491 £.

- a. En notant x le nombre de mensualités, écrire une équation traduisant cette situation.
- b. Résoudre cette équation pour trouver le nombre de mensualités.

Théorème de Thalès et triangles semblables

F1 Identifier la configuration de Thalès

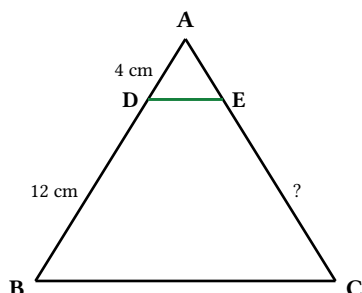
Dans le triangle ABC , les points D et E appartiennent respectivement aux côtés $[AB]$ et $[AC]$, et les droites (DE) et (BC) sont parallèles.



- D'après le théorème de Thalès, écrire l'égalité des trois rapports associés à cette configuration.
- Parmi AD , AB , AE , AC , DE et BC , quelles sont les trois longueurs qui figurent chacune deux fois dans ces rapports (une fois au numérateur, une fois au dénominateur) ?

F2 Calculer une longueur avec Thalès (1)

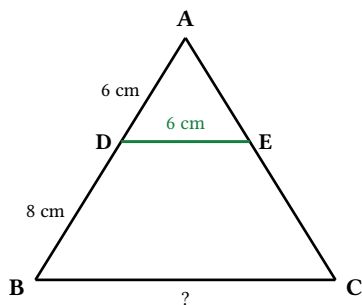
Dans le triangle ABC , D appartient à $[AB]$ et E à $[AC]$, avec (DE) parallèle à (BC) . On donne $AD = 4$ cm, $AB = 16$ cm et $AC = 12$ cm.



- Calculer la longueur AE .

F3 Calculer une longueur avec Thalès (2)

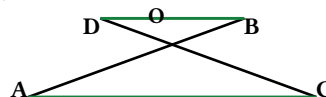
Dans le triangle ABC , D appartient à $[AB]$ et E à $[AC]$, avec (DE) parallèle à (BC) . On donne $AD = 6$ cm, $AB = 14$ cm et $DE = 6$ cm.



- Calculer la longueur BC .

F4 La configuration papillon

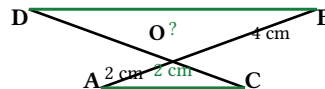
Les droites (AB) et (CD) se coupent en O , avec les points dans l'ordre A, O, B sur l'une et C, O, D sur l'autre, tels que (AC) soit parallèle à (BD) .



- D'après le théorème de Thalès, écrire l'égalité des trois rapports associés à cette configuration papillon.

F5 Calculer une longueur, configuration papillon

Les droites (AB) et (CD) se coupent en O , avec (AC) parallèle à (BD) . On donne $OA = 2$ cm, $OB = 4$ cm et $AC = 2$ cm.



- Calculer la longueur BD .

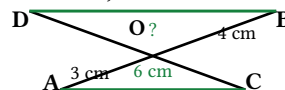
F6 La réciproque du théorème de Thalès

Dans le triangle ABC , D appartient à $[AB]$ et E à $[AC]$, avec $AD = 15$ cm, $AB = 40$ cm, $AE = 10$ cm et $AC = 26$ cm.

- Les droites (DE) et (BC) sont-elles parallèles ? Justifier.

F7 Synthèse : calculer une longueur

Les droites (AB) et (CD) se coupent en O , avec (AC) parallèle à (BD) . On donne $OA = 3$ cm, $OB = 4$ cm et $AC = 6$ cm.



- Calculer la longueur BD .

F8 Définition des triangles semblables

Le triangle ABC a pour côtés $AB = 8$ cm, $BC = 9$ cm et $CA = 7$ cm. Le triangle MNP a pour côtés $MN = 16$ cm, $NP = 18$ cm et $PM = 14$ cm.

- Calculer les trois rapports $\frac{MN}{AB}$, $\frac{NP}{BC}$ et $\frac{PM}{CA}$.
- Que peut-on en conclure pour les triangles ABC et MNP ?

F9 Reconnaître des triangles semblables par les angles

Le triangle ABC a des angles mesurant 47° en A et 72° en B . Le triangle RST a des angles mesurant 47° en R et 61° en T .

- Calculer la mesure du troisième angle de chacun des deux triangles.
- Les triangles ABC et RST sont-ils semblables ? Justifier, en précisant quels sommets se correspondent.

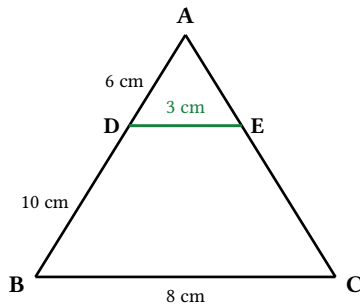
F10 Calculer une longueur dans des triangles semblables

Les triangles ABC et MNP sont semblables, avec $A \leftrightarrow M$, $B \leftrightarrow N$ et $C \leftrightarrow P$. On donne $AB = 2$ cm, $BC = 4$ cm, $CA = 4$ cm et $MN = 5$ cm.

- Calculer les longueurs NP et PM .

F11 Démontrer une similitude via Thalès

Dans le triangle ABC , D appartient à $[AB]$ et E à $[AC]$, avec (DE) parallèle à (BC) . On donne $AD = 6$ cm, $AB = 16$ cm, $DE = 3$ cm et $BC = 8$ cm.



- Expliquer pourquoi les angles en A sont communs aux deux triangles ADE et ABC , et pourquoi les angles en D et en B (respectivement en E et en C) sont égaux.
- En déduire que les triangles ADE et ABC sont semblables.
- Calculer le rapport de similitude $\frac{AD}{AB}$, et vérifier qu'il est bien égal à $\frac{DE}{BC}$.

F12 Démontrer une similitude via les angles

Le triangle RST a un angle de 56° en R et 54° en S . Le triangle MNP a un angle de 56° en M et 70° en P . On donne $RS = 4$ cm et $MN = 6$ cm.

- Calculer la mesure du troisième angle de chacun des deux triangles.
- Montrer que les triangles RST et MNP sont semblables, en précisant les sommets qui se correspondent.
- En déduire le rapport de similitude $\frac{MN}{RS}$, puis calculer NP en fonction de ST .

F13 Thalès et triangles semblables : vrai ou faux

Ces affirmations sont-elles vraies ou fausses ?

- Deux triangles semblables ont toujours les mêmes longueurs de côtés.
- Le théorème de Thalès permet de calculer une longueur à partir d'un rapport de longueurs connu.
- Deux triangles semblables ont toujours les mêmes angles.
- Si (DE) est parallèle à (BC) dans la configuration de Thalès, alors les triangles ADE et ABC sont semblables.

F14 Choisir la bonne configuration

Pour chacune des situations suivantes, dire s'il s'agit de la configuration « triangles emboîtés » ou de la configuration « papillon ».

- Les segments $[AB]$ et $[CD]$ se coupent en un point O situé entre A et B , et entre C et D , avec (AC) parallèle à (BD) .
- Sur une échelle appuyée contre un mur, deux barreaux horizontaux sont parallèles au sol.
- Deux tiges d'un compas articulées en un point commun, les extrémités étant reliées par deux segments parallèles.

Problèmes

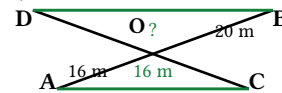
F15 La hauteur de l'arbre

Pour mesurer la hauteur d'un arbre, on plante verticalement un bâton de 24 m de haut, qui projette une ombre de 8 m au sol. Au même instant, l'arbre projette une ombre de 10 m.

- Expliquer pourquoi le bâton, son ombre, l'arbre et son ombre forment une configuration de Thalès.
- Calculer la hauteur de l'arbre.

F16 La largeur de la rivière

Pour mesurer la largeur BD d'une rivière sans la traverser, un randonneur repère un arbre A sur l'autre rive, aligné avec un point B au bord de sa rive. Il choisit un point O sur le segment $[AB]$, puis trouve, en suivant l'alignement $O-A$, un point C tel que (AC) soit parallèle à (BD) et que O soit aussi sur $[CD]$. Il mesure $OA = 16$ m, $OB = 20$ m et $AC = 16$ m.



- Calculer la largeur BD de la rivière.

F17 Un plan à l'échelle

Un plan de terrain est réalisé à l'échelle $1/1000$ (1 cm sur le plan représente 1000 cm dans la réalité). Sur ce plan, la longueur du terrain mesure 7 cm.

- Calculer la longueur réelle du terrain, en mètres.
- Sachant que la largeur réelle du terrain est de 71 m, calculer la largeur du terrain sur le plan, en cm.

F18 Le pantographe

Un pantographe est un instrument articulé en un point O , dont les quatre tiges forment, à tout instant, une configuration papillon avec $OA = 12$ cm sur l'une des tiges et $OB = 16$ cm sur la tige qui lui est opposée par rapport à O . Un dessin de hauteur 9 cm, tracé à l'extrémité A , est reproduit agrandi à l'extrémité B . Quelle est la hauteur du dessin reproduit ?

Exercices pluridisciplinaires

F19 La mesure d'Ératosthène

Vers 240 avant J.-C., Ératosthène utilisait un gnomon (un bâton vertical) pour mesurer des ombres et en déduire des distances, en s'appuyant sur le parallélisme des rayons du soleil. On plante un gnomon de 18 m de haut, dont l'ombre mesure 9 m. Au même instant, un obélisque voisin projette une ombre de 12 m.

- Calculer la hauteur de l'obélisque.

F20 Le plan coté d'une pièce

Le plan technique d'une pièce mécanique rectangulaire est semblable à la pièce réelle. La longueur de la pièce réelle mesure 28 mm, représentée par 35 mm sur le plan. La largeur réelle de la pièce mesure 8 mm.

- Calculer le rapport de réduction entre la pièce et le plan.
- En déduire la largeur de la pièce représentée sur le plan.

Notion de fonction : vocabulaire, notations et représentations

G1 Identifier la grandeur qui dépend de l'autre

Pour chaque situation, indiquer quelle grandeur peut être choisie comme variable, et quelle grandeur en dépend.

- La température de l'eau dans une casserole, selon la durée de chauffe.
- L'aire d'un carré, selon la longueur de son côté.
- Le prix total d'un plein d'essence, selon le nombre de litres achetés.

G2 Vocabulaire : image et antécédent

On considère la fonction f définie par $f(x) = 3x + 5$. On a calculé $f(2) = 11$.

- Dans cette égalité, 11 est-il l'image ou l'antécédent de 2 par f ?
- Recopier et compléter : « 11 est l'... de ... par f . »
- Recopier et compléter : « 2 est l'... de ... par f . »

G3 Utiliser la notation $f(x)$

On considère la fonction f définie par $f(x) = 4x + 9$.

- Écrire, avec la notation $x \mapsto f(x)$, la définition de f .
- Calculer $f(0)$.
- Calculer $f(3)$.

G4 Calculer une image à partir d'une expression

On considère la fonction g définie par $g(x) = 3x^2 - 6$.

- Calculer $g(-4)$.
- Calculer $g(-2)$.

G5 D'un programme de calcul à une expression

On considère le programme de calcul suivant, qui définit une fonction h : la sortie est $h(x)$ pour une entrée x .

Programme

- Choisir un nombre x .
- Multiplier par 6.
- Ajouter 8.

- Exprimer $h(x)$ en fonction de x .
- Calculer $h(2)$.

G6 Lire un tableau de valeurs

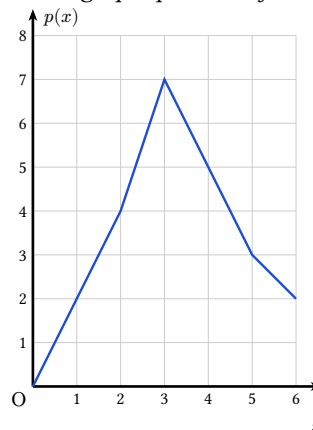
Voici un tableau de valeurs d'une fonction k (dont on ne connaît pas l'expression).

x	0	1	2	3	4
$k(x)$	8	10	12	14	16

- Donner l'image de 2 par k .
- Donner un antécédent de 14 par k .
- Quelle est l'image de 4 par k ?

G7 Déterminer une image à partir d'un graphique

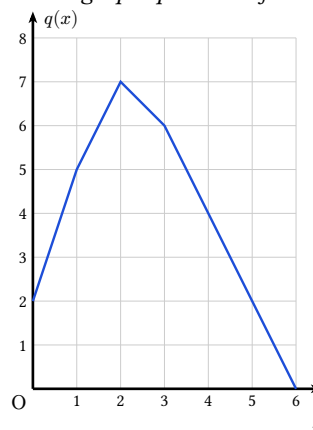
Voici la représentation graphique d'une fonction p .



- Déterminer $p(4)$.
- Déterminer $p(2)$.

G8 Déterminer un antécédent graphiquement

Voici la représentation graphique d'une fonction q .



- Déterminer un antécédent de 0 par q .
- Déterminer un antécédent de 2 par q .

G9 Déterminer un antécédent dans un tableau

Voici un tableau de valeurs d'une fonction m .

x	0	1	2	3	4	5
$m(x)$	6	11	16	21	26	31

- Déterminer l'antécédent de 21 par m .

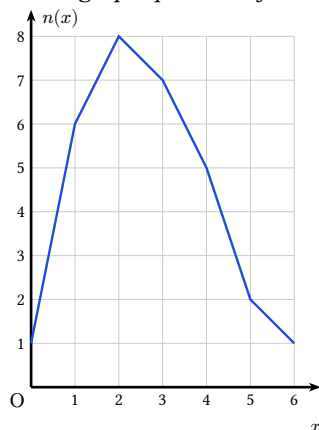
G10 Déterminer un antécédent algébriquement

On considère la fonction r définie par $r(x) = 2x + 8$.

- Déterminer l'antécédent de 0 par r .

G11 Antécédent : plusieurs solutions ou aucune

Voici la représentation graphique d'une fonction n .



- Combien 1 a-t-il d'antécédents par n ? Les donner.
- 10 a-t-il un antécédent par n ? Justifier.

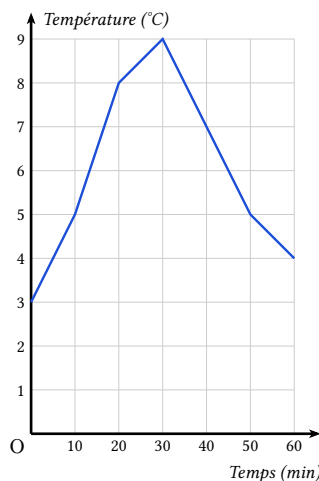
G12 Vocabulaire fonctionnel : vrai ou faux

Ces affirmations sont-elles vraies ou fausses ?

- Une fonction peut être représentée par un tableau de valeurs, une expression, un graphique ou un programme de calcul.
- Un nombre peut avoir plusieurs antécédents par une même fonction.
- Si $f(3) = 7$, alors 7 est l'image de 3 par f .
- Si $f(3) = 7$, alors 3 est l'image de 7 par f .

G13 Modéliser un phénomène continu

Voici la température, en $^{\circ}\text{C}$, relevée dans un four toutes les 10 minutes après sa mise en marche.



- Pourquoi peut-on modéliser cette situation par une fonction T (associant un instant à une température), alors que les mesures n'ont été relevées que toutes les 10 minutes ?
- Déterminer $T(20)$.
- À quel(s) instant(s) la température était-elle de 8°C ?

G14 Choisir le bon mode de représentation

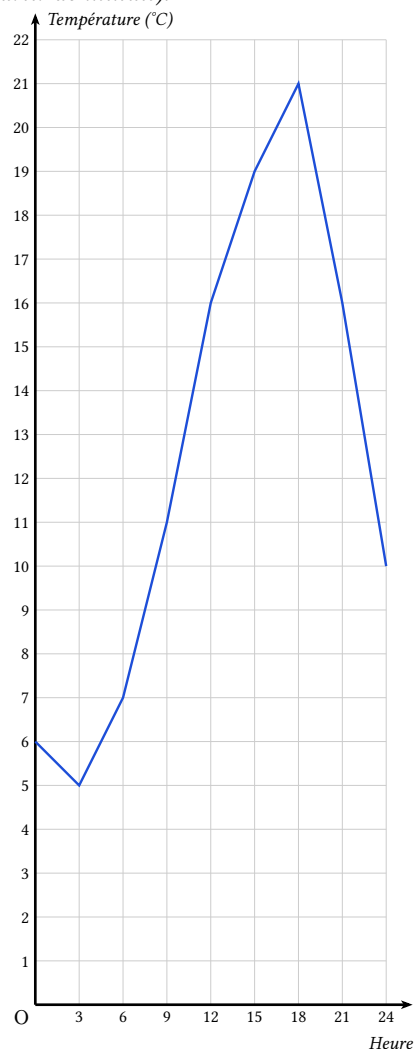
Pour chaque situation, quel mode de représentation d'une fonction (expression, tableau de valeurs, graphique, ou programme de calcul) est le plus adapté ?

- On connaît l'expression de f et on veut calculer rapidement beaucoup d'images différentes avec un tableur.
- On veut voir d'un coup d'œil comment une grandeur évolue et repérer ses variations (hausses, baisses).
- On veut décrire, étape par étape, les opérations à effectuer sur le nombre de départ.
- On veut calculer une image exacte, y compris pour un nombre non entier ou très grand.

Problèmes

G15 La courbe de température

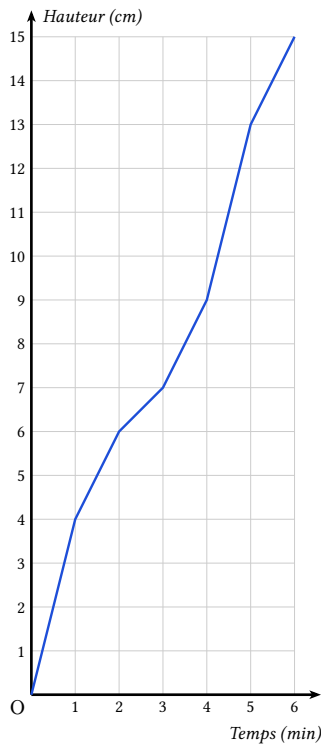
Voici la température, en $^{\circ}\text{C}$, relevée toutes les 3 heures au cours d'une journée, modélisée par une fonction T (le temps est en heures, à partir de minuit).



- Déterminer $T(6)$, et interpréter ce résultat.
- À quelle heure la température a-t-elle été maximale ? Quelle était-elle ?
- Donner un encadrement de l'heure à laquelle la température a atteint 10°C , pour la première fois.

G16 Le remplissage du récipient

On remplit un récipient de forme irrégulière à débit constant. La hauteur d'eau, en cm, est modélisée par une fonction H du temps, en minutes.



- Sur quel intervalle de temps la hauteur augmente-t-elle le plus vite ? Le plus lentement ? Que peut-on en déduire sur la forme du récipient à ces endroits ?
- Déterminer $H(3)$.
- Au bout de combien de temps le récipient atteint-il 15 cm de hauteur ?

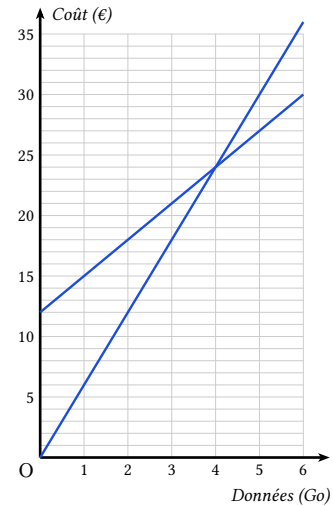
G17 L'aire en fonction de x

Un rectangle a un périmètre de 20 cm. On note x la longueur d'un côté, en cm.

- Exprimer la longueur de l'autre côté en fonction de x .
- En déduire que l'aire de ce rectangle, notée $A(x)$, vaut $A(x) = x(10 - x)$.
- Calculer $A(7)$.
- Calculer l'aire pour $x = 5,0$ (rectangle particulier). Que remarque-t-on sur la forme du rectangle ?

G18 Choisir un forfait

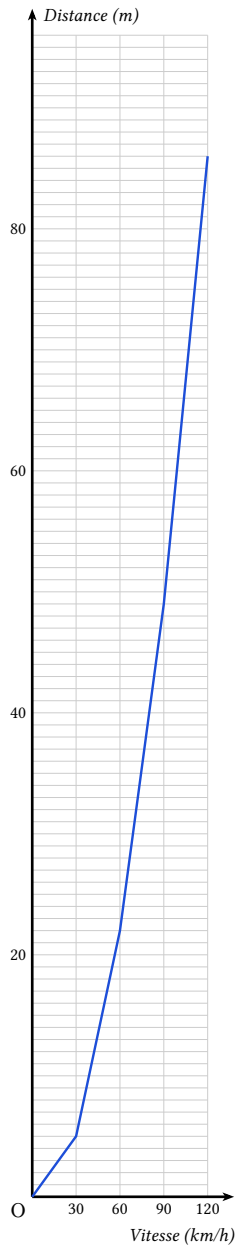
Ce graphique représente le coût mensuel, en €, de deux forfaits de téléphonie selon le nombre de gigaoctets de données consommés, notés x : la courbe A pour le forfait A, la courbe B pour le forfait B. Un client hésite entre les deux offres. Que lui conseiller, selon le nombre de gigaoctets qu'il pense consommer chaque mois ?



Exercices pluridisciplinaires

G19 La distance de freinage

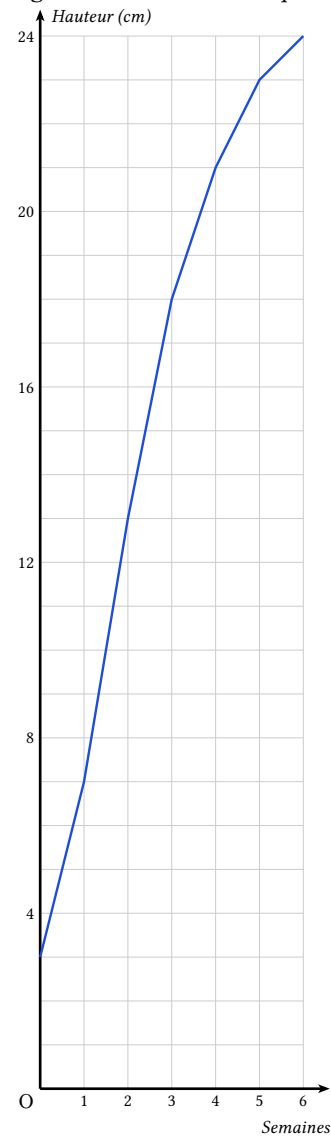
Ce graphique représente la distance de freinage d'une voiture, en mètres, en fonction de sa vitesse, en km/h, sur route sèche.



- Déterminer la distance de freinage à 60 km/h.
- La vitesse 60 km/h est le double de 30 km/h. La distance de freinage à 60 km/h est-elle le double de celle à 30 km/h ? Que peut-on en conclure sur la relation entre vitesse et distance de freinage ?

G20 La croissance d'une plante

Voici la hauteur, en cm, d'un plant de tournesol relevée chaque semaine après sa germination, modélisée par une fonction H .

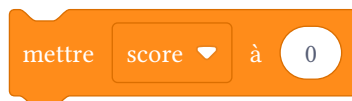


- Entre quelles semaines consécutives la plante a-t-elle le plus grandi ? Entre quelles semaines a-t-elle le moins grandi ?
- Déterminer $H(2)$, et interpréter ce résultat.
- Au bout de combien de semaines la plante atteint-elle 21 cm ?

Programmation : variables, boucles et blocs personnalisés

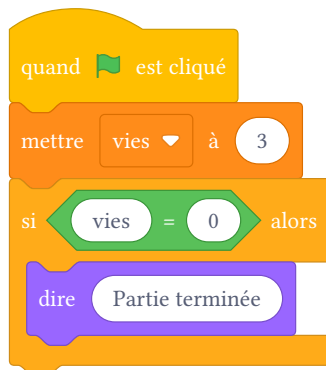
H1 Identifier le rôle des blocs

Pour chacun des blocs suivants, indiquer sa catégorie parmi : **Mouvement**, **Apparence**, **Variables**, **Contrôle**, **Opérateurs**.



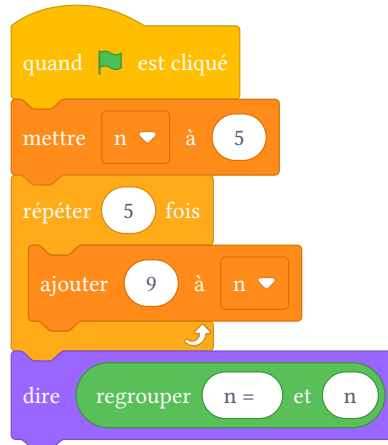
H2 Décrire un script en français

Décrire, en une phrase, ce que fait le script suivant.



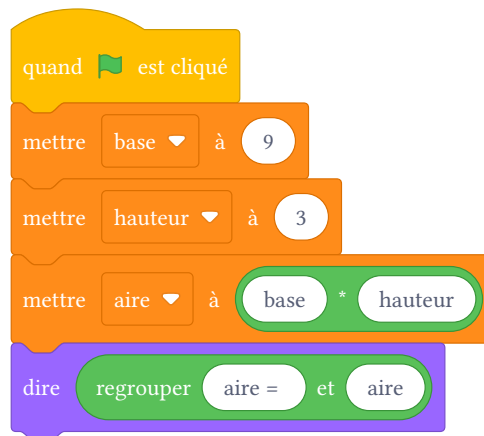
H3 Prévoir l'affichage d'un script

Sans le faire exécuter par un ordinateur, prévoir ce qu'affiche le script suivant lorsqu'on clique sur le drapeau vert.



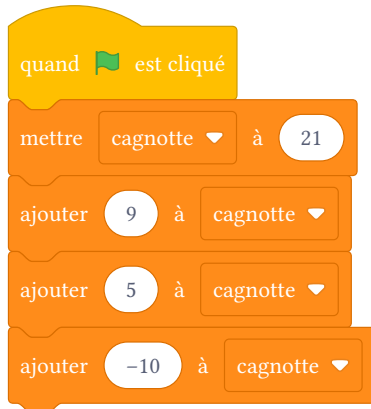
H4 Utiliser une variable dans un calcul

Ce script calcule l'aire d'un rectangle de 9 cm de base et 3 cm de hauteur. Déterminer la valeur affichée par le bloc « dire ».



H5 Modifier une variable avec « ajouter à »

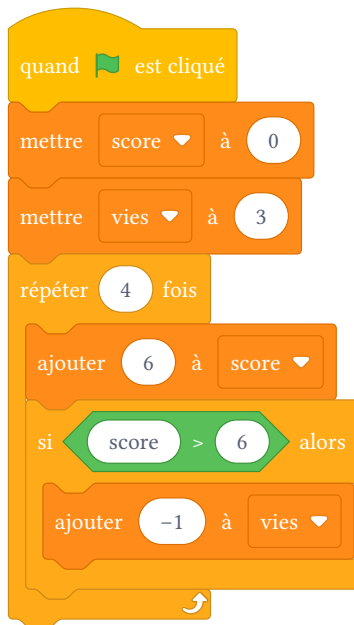
Une cagnotte est représentée par la variable « cagnotte ». Compléter le tableau ci-dessous avec la valeur de « cagnotte » après chaque bloc du script.



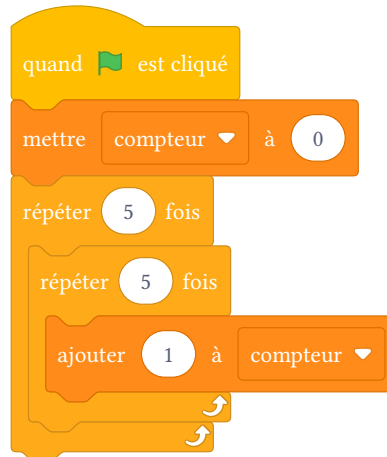
Après le bloc mettre	Après le 1 ^{er} bloc ajouter	Après le 2 ^e bloc ajouter	Après le 3 ^e bloc ajouter

H6 Suivre deux variables en parallèle

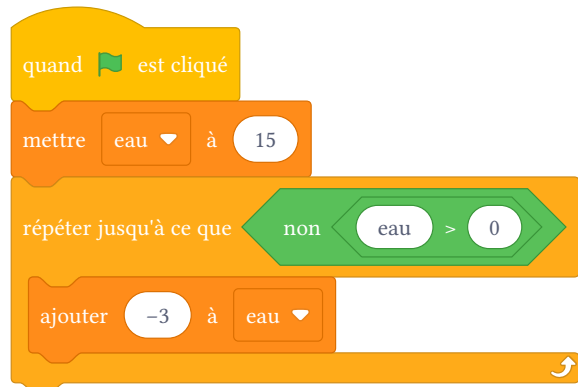
Ce script suit deux variables : « score » et « vies ». Déterminer les valeurs de « score » et « vies » à la fin des 4 tours de boucle.

**H7 La boucle « répéter ... fois »**

Déterminer la valeur finale de la variable « compteur » à la fin de ce script.

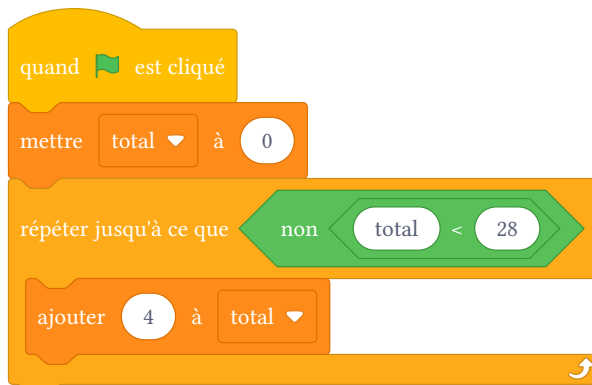
**H8 La boucle « répéter jusqu'à ... »**

Une citerne contient 15 L d'eau. Ce script simule sa vidange par paliers de 3 L, jusqu'à ce qu'il en reste 0 L ou moins. Combien de tours de boucle sont exécutés ?



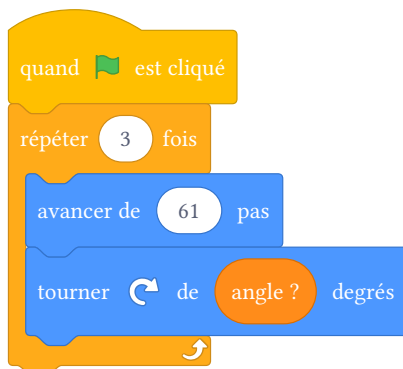
H9 Deux écritures pour une même boucle

Ces deux scripts calculent tous les deux la variable « total », en partant de 0 et en ajoutant 4 à chaque tour. Donner la valeur finale de « total » pour chacun des deux scripts, et expliquer pourquoi ils donnent le même résultat.



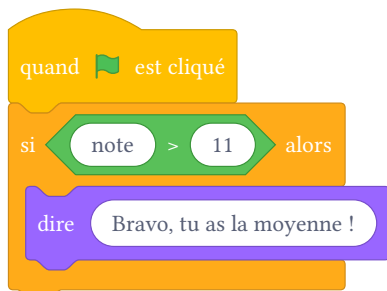
H10 Tracer un polygone avec une boucle

Ce script trace un polygone régulier en répétant 3 fois le même motif : avancer, puis tourner. Déterminer l'angle de rotation à utiliser pour que la figure se referme exactement après 3 tours.



H11 Le bloc « si ... alors »

On exécute ce script avec la variable « note » déjà réglée à 12. Le message « Bravo, tu as la moyenne ! » est-il affiché ? Justifier.



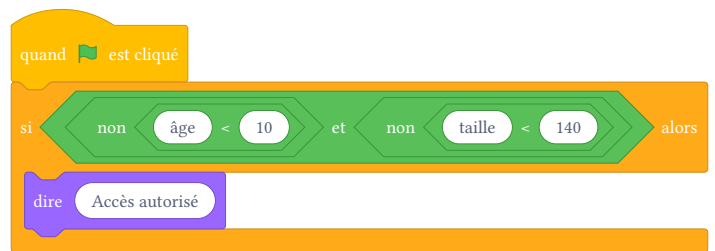
H12 Le bloc « si ... alors ... sinon »

Ce script calcule le prix d'une commande de 4 articles à 8 € l'unité, et affiche si la livraison est gratuite (à partir de 26 € d'achat) ou payante. Que va afficher le script ?



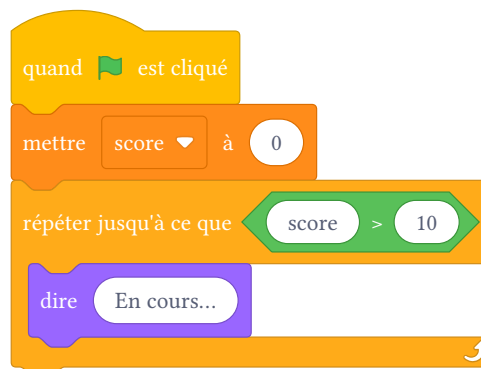
H13 Combiner deux conditions

Un manège est accessible à un enfant d'au moins 10 ans et d'au moins 140 cm. Pour un enfant de 10 ans mesurant 135 cm, le message « Accès autorisé » est-il affiché ?



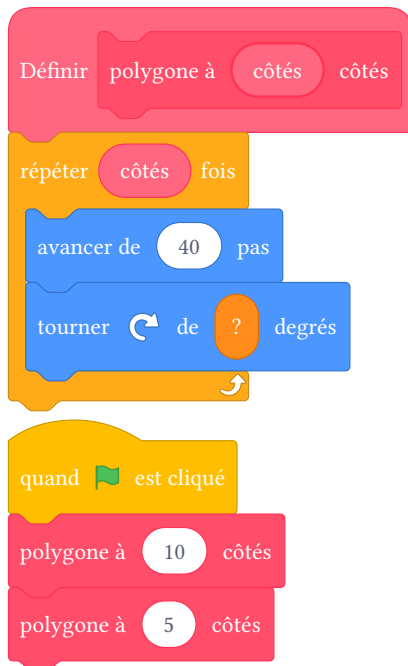
H14 Corriger un script erroné

Ce script est censé répéter l'affichage « En cours... » jusqu'à ce que « score » dépasse 10. Une fois lancé, il ne s'arrête jamais. Expliquer l'erreur du script, et indiquer comment le corriger.

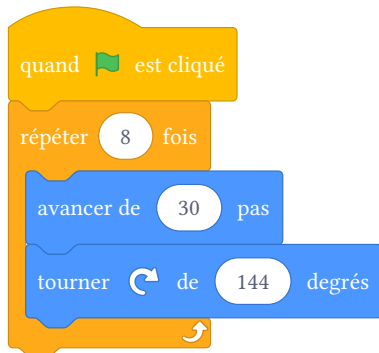


H15 Créer un bloc personnalisé pour un polygone

Ce bloc personnalisé « polygone à ... côtés » trace un polygone régulier dont on précise le nombre de côtés. Compléter la case vide dans sa définition (l'angle de rotation, en fonction du nombre de côtés reçu en paramètre).

**H16 Décomposer un script en sous-blocs**

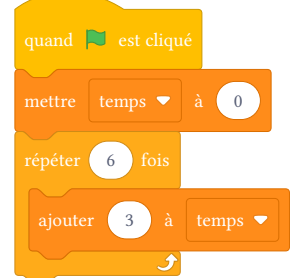
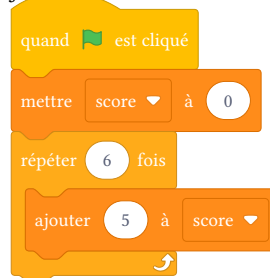
Pour tracer une étoile à 5 branches, on répète huit fois la même suite d'instructions. Le script actuel copie cette suite huit fois de suite dans la boucle, ce qui le rend inutilement long. Comment le réécrire en utilisant un bloc personnalisé ?

**H17 Un bloc personnalisé avec calcul**

Le bloc personnalisé « aire rectangle ... » calcule et affiche l'aire d'un rectangle à partir de sa base et de sa hauteur. Calculer ce qu'affichent les deux appels suivants.

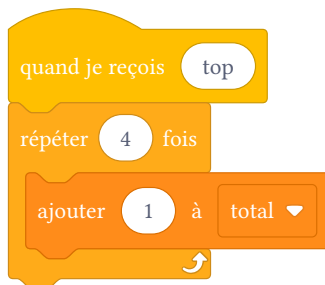
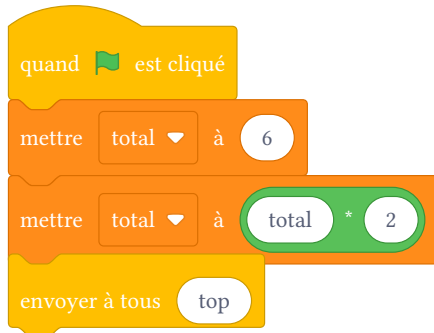
**H18 Deux scripts en parallèle**

Ces deux scripts démarrent tous les deux quand on clique sur le drapeau vert, et s'exécutent en parallèle. Donner la valeur finale de « score » et celle de « temps ».

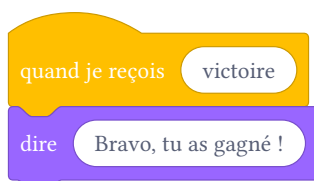
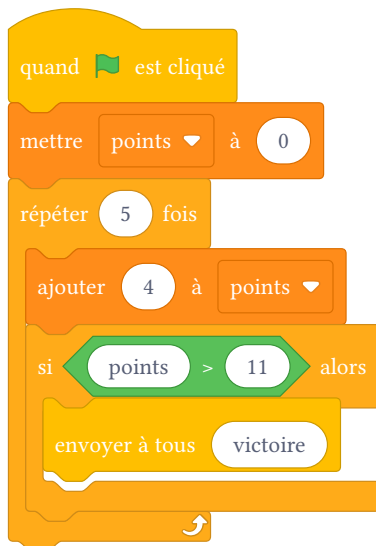


H19 Communiquer par message entre scripts

Le premier script envoie le message « top » une fois son calcul terminé ; le second script ne démarre qu'à la réception de ce message. Déterminer la valeur finale de « total ».

**H20 Trace d'un jeu à deux sprites**

Le premier sprite (le joueur) marque des points ; le second affiche un message de victoire dès qu'il reçoit « victoire ». Le message « Bravo, tu as gagné ! » s'affiche-t-il au cours de la partie ? Quelle est la valeur finale de « points » ?

**H21 Vocabulaire de la programmation, vrai ou faux**

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse, et justifier.

- Un script ne peut démarrer qu'en cliquant sur le drapeau vert.
- Dans une boucle « répéter jusqu'à ... », les instructions de la boucle s'exécutent tant que la condition est fausse.
- Deux scripts qui démarrent tous les deux avec « quand le drapeau vert est cliqué » s'exécutent l'un après l'autre, jamais en même temps.
- Un bloc personnalisé ne peut recevoir aucun paramètre.

H22 Choisir le bon bloc

Pour chaque situation, indiquer quel bloc (ou quel outil) de programmation est le plus adapté.

- Réutiliser plusieurs fois, dans des scripts différents, la même suite d'instructions, avec éventuellement des valeurs différentes à chaque fois.
- Exécuter une instruction si une condition est vérifiée, et une autre instruction si elle ne l'est pas.
- Exécuter une instruction seulement si une condition est vérifiée, sans rien faire d'autre sinon.
- Répéter un motif un nombre de fois connu à l'avance (par exemple 6 fois).

Problèmes

H23 Un motif répété

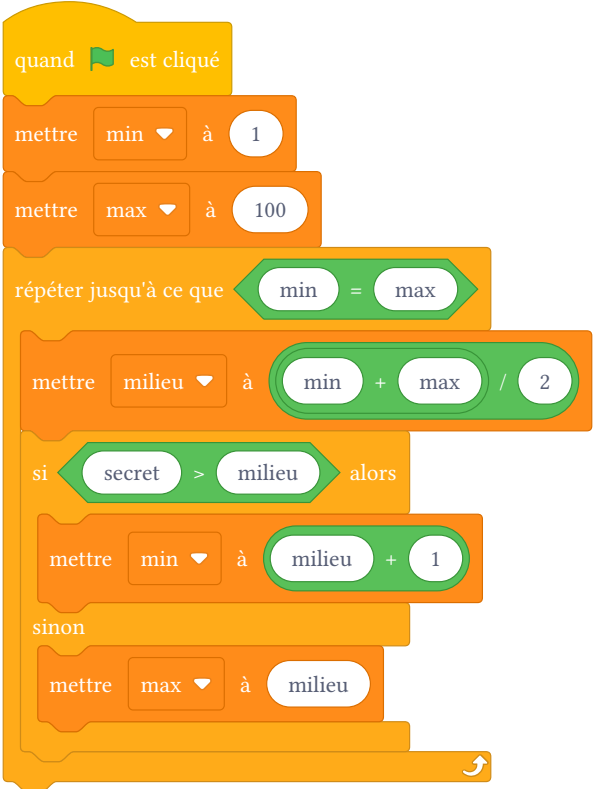
On veut tracer une rosace formée de 6 branches identiques réparties régulièrement autour d'un même point, en utilisant un bloc personnalisé « branche » qui trace une seule branche.



- a. Compléter le nombre de répétitions à effectuer pour obtenir les 6 branches de la rosace.
- b. Compléter l'angle de rotation à effectuer entre deux branches, pour qu'elles soient réparties régulièrement (le même angle entre chaque branche, jusqu'à refermer le tour complet).
- c. Si on voulait une rosace à 15 branches, quel serait cet angle ? Est-il possible d'obtenir une rosace à 7 branches en utilisant exactement le même principe, avec un angle entier de degrés ?

H24 Le nombre mystère

Ce script cherche à deviner un nombre secret compris entre 1 et 100, en demandant à chaque tour si le nombre est plus grand ou plus petit que le milieu de l'intervalle encore possible.



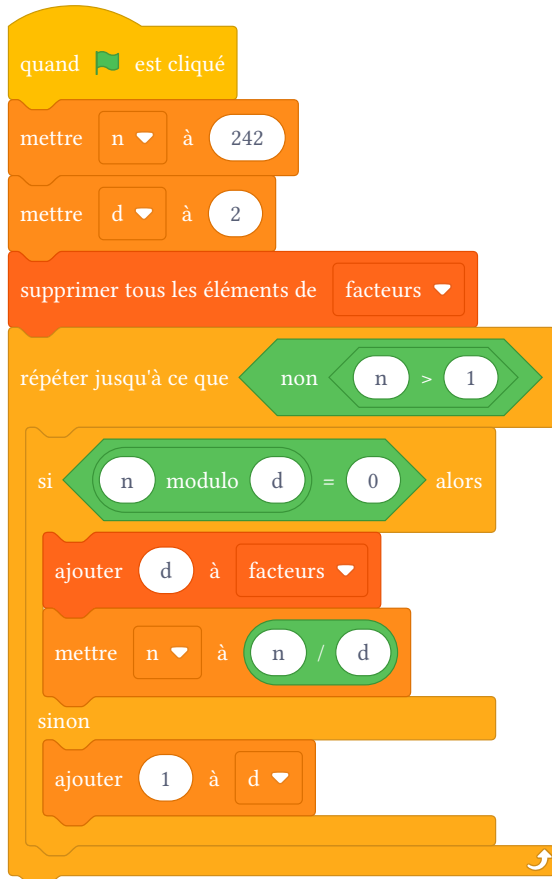
Le nombre secret est 9. Compléter le tableau ci-dessous pour les 3 premiers tours de boucle (milieu testé, et si le secret est plus grand ou plus petit).

Tour	Intervalle	Milieu testé	Secret plus grand que le milieu ?
1	[1; 100]	50	
2	[1; 50]	25	
3	[1; 25]	13	

Combien de tours au total sont nécessaires pour trouver 9 ?

H25 Décomposer en facteurs premiers

Ce script décompose un nombre entier « n » en produit de facteurs premiers, en testant des diviseurs « d » de plus en plus grands, à partir de 2.



Avec $n = 242$, compléter le tableau ci-dessous pour les 4 premières étapes (valeur de « d » testée, valeur de « n » avant le test, et si « d » divise « n »).

Étape	d testé	n avant	d divise n ?
1	2	242	
2	2	121	
3	3	121	
4	4	121	

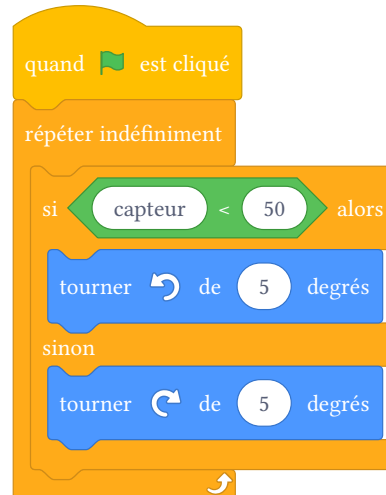
Donner la liste complète des facteurs premiers de 242 obtenue à la fin du script.

H26 Tester un triangle rectangle

Écrire un script qui, à partir des trois longueurs des côtés d'un triangle, affiche « Ce triangle est rectangle » ou « Ce triangle n'est pas rectangle », en utilisant le théorème de Pythagore et sa réciproque. Le script devra fonctionner pour n'importe quel triangle, et pas seulement pour un exemple particulier. Tester ensuite le script avec un triangle de côtés 9, 12 et 15 (en unités quelconques).

Exercices pluridisciplinaires**H27 Le robot suiveur de ligne**

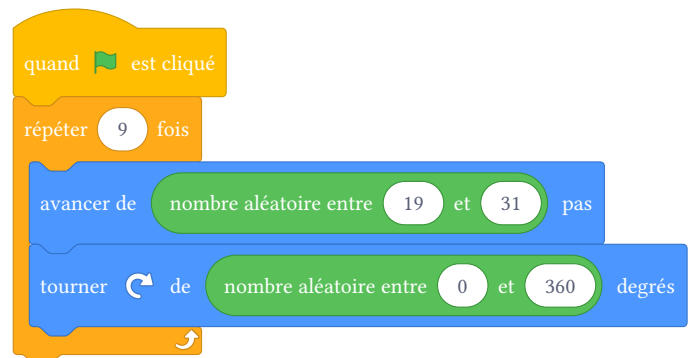
Un robot suit une ligne sombre tracée au sol grâce à un capteur de luminosité, qui renvoie une valeur plus petite quand la surface est plus sombre. Ce script tourne à gauche si la ligne est détectée (valeur du capteur inférieure à 50), et à droite sinon.



Le capteur renvoie successivement les valeurs suivantes : 75, 72, 15, 20, 68, 71. Pour chacune, indiquer si le robot tourne à gauche ou à droite.

H28 L'art génératif

Cette œuvre générative trace 9 segments à la suite, chacun d'une longueur tirée au hasard entre 19 et 31 pas, dans une direction elle aussi tirée au hasard. Deux exécutions du script donnent donc des résultats différents.



- Quelle est la plus petite longueur totale de trait que peut tracer ce script (en additionnant les 9 segments) ?
- Quelle est la plus grande longueur totale possible ?
- Le nombre de segments tracés change-t-il d'une exécution à l'autre ?

Probabilités et simulation

11 Vocabulaire des probabilités

Un sac contient des jetons rouges, verts et bleus ; on en tire un au hasard et on regarde sa couleur.

- Cette expérience est-elle une expérience aléatoire ? Justifier.
- Donner la liste des issues possibles de cette expérience.
- Un exemple d'évènement pour cette expérience est « tirer un jeton rouge ». En proposer un autre.

12 L'évènement contraire

On lance un dé à 6 faces. On considère l'évènement $A = \text{« obtenir un nombre strictement inférieur à 3 »}$.

- Lister les issues qui réalisent l'évènement A .
- Décrire, en une phrase, l'évènement contraire de A .
- Lister les issues qui réalisent l'évènement contraire de A .

13 Une expérience est-elle aléatoire ?

Pour chacune des situations suivantes, dire s'il s'agit d'une expérience aléatoire, et justifier.

- Calculer le double de 7.
- Chauffer de l'eau à 100°C au niveau de la mer et regarder si elle se met à bouillir.
- Demander à un camarade choisi au hasard dans la classe quel est son mois de naissance.
- Laisser tomber un objet et observer s'il tombe vers le sol.

14 Dénombrer les issues

Un sac contient 20 jetons numérotés de 1 à 20. On en tire un au hasard et on regarde son numéro.

- Combien y a-t-il d'issues possibles pour cette expérience ?
- Combien de ces issues sont des multiples de 2 ?
- Combien de ces issues sont strictement supérieures à 9 ?

15 Calculer une probabilité simple

Un sac contient 15 jetons indiscernables au toucher, dont 6 portent la lettre A (les autres portent la lettre B). On tire un jeton au hasard.

- Quelle est la probabilité de tirer un jeton A ? Donner le résultat sous forme de fraction irréductible.
- En déduire la probabilité de tirer un jeton B .

16 Un évènement composé de plusieurs issues

Une roue de loterie comporte 18 secteurs numérotés de 1 à 18. On considère l'évènement $A = \text{« obtenir un multiple de 2 ou un multiple de 3 »}$.

- Combien de numéros sont des multiples de 2 ? De 3 ? De 6 ?
- Pourquoi ne peut-on pas simplement additionner ces deux premiers nombres pour compter les issues qui réalisent A ?
- Combien d'issues réalisent l'évènement A ? En déduire $P(A)$.

17 Utiliser l'évènement contraire

Une tombola vend 20 billets numérotés de 1 à 20, dont un seul est gagnant. Camille achète le billet numéro 1.

- Quelle est la probabilité que Camille gagne ?
- Quelle est la probabilité que Camille ne gagne pas ? Calculer cette probabilité de deux façons différentes : directement, en dénombrant les billets perdants, puis à l'aide de l'évènement contraire.

18 Probabilités et pourcentages

Dans une classe de 25 élèves, 20 pratiquent un instrument de musique. On choisit un élève au hasard dans cette classe.

- Quelle est la probabilité que l'élève choisi pratique un instrument de musique ? Donner le résultat sous forme de fraction, puis de pourcentage.
- Quelle est la probabilité que l'élève choisi ne pratique pas d'instrument de musique ?

19 Comparer des probabilités

Une roue de loterie comporte des secteurs de quatre couleurs : 7 secteurs rouge, 8 secteurs bleu, 10 secteurs vert et 6 secteurs jaune.

- Combien de secteurs comporte cette roue en tout ?
- Calculer la probabilité d'obtenir chacune des quatre couleurs.
- Classer les quatre couleurs de la moins probable à la plus probable.

110 Compléter un tableau à double entrée

On lance simultanément un dé A à 4 faces (numérotées de 1 à 4) et un dé B à 3 faces (numérotées de 1 à 3), et on additionne les deux résultats. Compléter le tableau à double entrée donnant la somme obtenue pour chaque couple de résultats.

Dé $A \setminus$ Dé B	1	2	3
1	2	3	4
2	3	4	
3		5	6
4	5		7

I11 Dénombrer avec un tableau à double entrée

On lance un dé A à 4 faces et un dé B à 3 faces, et on additionne les résultats. Voici le tableau à double entrée des sommes obtenues.

Dé A \ Dé B	1	2	3
1	2	3	4
2	3	4	5
3	4	5	6
4	5	6	7

- Combien d'issues (couples de résultats) sont possibles au total ?
- Combien d'entre elles donnent une somme égale à 6 ?

I12 Une probabilité à partir d'un tableau

On lance une pièce (Pile ou Face) et un dé à 6 faces en même temps. Voici le tableau à double entrée des issues possibles.

	1	2	3	4	5	6
Pile	(Pile, 1)	(Pile, 2)	(Pile, 3)	(Pile, 4)	(Pile, 5)	(Pile, 6)
Face	(Face, 1)	(Face, 2)	(Face, 3)	(Face, 4)	(Face, 5)	(Face, 6)

- Combien d'issues sont possibles au total ? Sont-elles toutes également probables ?
- Quelle est la probabilité d'obtenir « Pile » et un nombre strictement supérieur à 4 ?

I13 Deux épreuves indépendantes

On fait tourner une première roue partagée en 3 secteurs de couleurs rouge, bleu et vert, puis une seconde roue partagée en 2 secteurs, un triangle et un carré. On regarde la couleur obtenue sur la première roue et la forme obtenue sur la seconde.

Couleur \ Forme	triangle	carré
rouge	(rouge, triangle)	(rouge, carré)
bleu	(bleu, triangle)	(bleu, carré)
vert	(vert, triangle)	(vert, carré)

- Combien d'issues sont possibles au total pour cette double expérience ?
- Quelle est la probabilité d'obtenir la couleur bleu et la forme carré ?

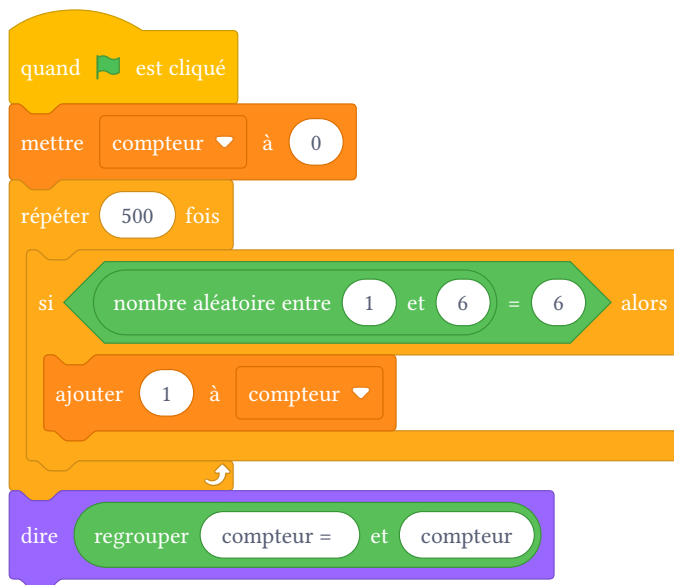
I14 Synthèse, deux dés à 6 faces

On lance deux dés à 6 faces, un rouge et un bleu, et on additionne leurs résultats.

- Combien d'issues (couples de résultats) sont possibles au total ?
- Combien d'entre elles donnent un « double » (les deux dés affichent le même nombre) ? En déduire la probabilité d'obtenir un double.
- En construisant le tableau à double entrée des sommes, déterminer combien de couples donnent une somme égale à 12, puis la probabilité correspondante.

I15 Lire un script de simulation

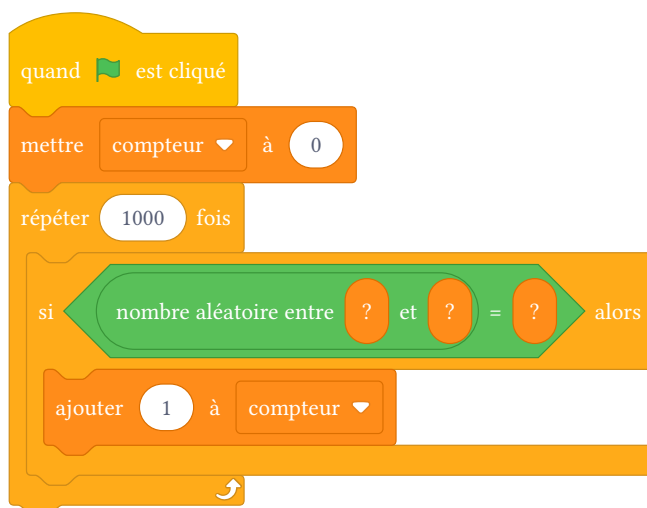
Ce script simule 500 lancers d'un dé à 6 faces, et compte combien de fois le dé est tombé sur 6.



- Quel événement le compteur permet-il de dénombrer ?
- À l'issue d'une exécution de ce script, la variable « compteur » vaut 77. Quelle est la fréquence d'apparition du 6 obtenue lors de cette simulation ?
- Cette fréquence est-elle exactement égale à la probabilité théorique d'obtenir 6 avec un dé équilibré ? Est-ce surprenant ?

I16 Compléter un script de simulation

On veut simuler un tirage au sort parmi 10 jetons numérotés de 1 à 10, en comptant les fois où le jeton 10 est tiré, sur un grand nombre d'essais. Compléter les cases manquantes du script.



I17 Interpréter les résultats d'une simulation

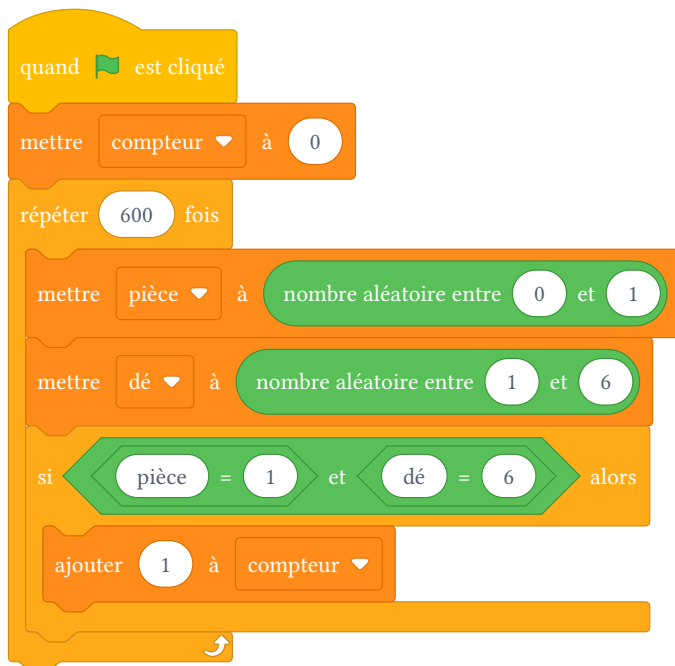
Une roue équilibrée comporte 4 secteurs de même taille, de couleurs rouge, bleu, vert et jaune. On simule 200 lancers de cette roue ; le tableau ci-dessous donne les effectifs observés pour chaque couleur.

Couleur	rouge	bleu	vert	jaune
Effectif	53	58	47	42

- Vérifier que la somme des effectifs correspond bien au nombre de lancers simulés.
- Quelle est la probabilité théorique d'obtenir chaque couleur ?
- Calculer la fréquence observée de chaque couleur (en pourcentage). Quelle couleur s'écarte le plus de la probabilité théorique ?

I18 Simulation à deux événements

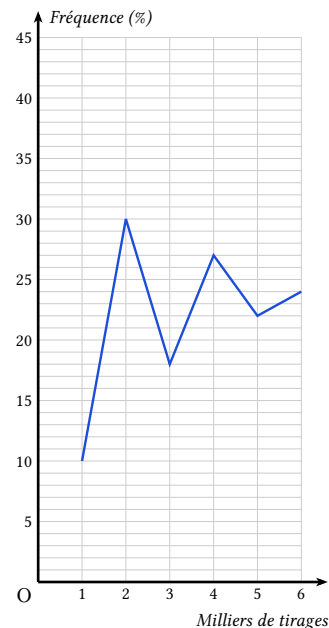
Ce script simule 600 lancers simultanés d'une pièce et d'un dé à 6 faces, et compte les lancers où l'on obtient à la fois « Pile » et un 6.



- Quelle est la probabilité théorique d'obtenir « Pile » et un 6 (les deux tirages sont indépendants) ?
- À l'issue d'une exécution, « compteur » vaut 44. Quelle est la fréquence observée de cet événement lors de cette simulation ?

I19 Lire un graphique de stabilisation

On simule un grand nombre de tirages dans une expérience à quatre issues également probables, et on relève la fréquence (en %) de l'une d'elles après 1 000, 2 000, 3 000, 4 000, 5 000 puis 6 000 tirages.



- Quelle est la probabilité théorique de cette issue ?
- Comment évolue la fréquence observée au fur et à mesure que le nombre de tirages augmente ?
- D'après le graphique, vers quelle valeur la fréquence semble-t-elle se stabiliser ?

I20 Comparer fréquence et probabilité

On simule des lancers d'un dé équilibré à 6 faces, en s'arrêtant après 120, puis 360, puis 1200 lancers, et en comptant à chaque fois le nombre de fois où le dé est tombé sur 1.

Nombre de lancers	120	360	1200
Effectif du « 1 »	26	68	210
Fréquence du « 1 »			

Compléter la dernière ligne du tableau (fréquence sous forme décimale, arrondie au millièm), et commenter son évolution.

I21 Combien de lancers pour s'approcher ?

Deux élèves simulent chacun des lancers d'un dé équilibré à 6 faces, en comptant le nombre de fois où ils obtiennent 1. Léna simule 12 lancers et obtient 1 fois le nombre 1. Noah simule 6000 lancers et obtient 943 fois le nombre 1.

- Calculer la fréquence obtenue par chacun des deux élèves.
- Laquelle des deux fréquences est la plus proche de la probabilité théorique $1/6$? Est-ce surprenant ?
- Si les deux élèves recommençaient leur simulation, laquelle des deux fréquences varierait le plus d'un essai à l'autre ? Pourquoi ?

I22 Vrai ou faux, stabilisation des fréquences

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse, et justifier.

- Si on lance un dé équilibré 6 fois, on est certain d'obtenir chaque numéro exactement une fois.
- Simuler une expérience avec un script informatique permet d'obtenir rapidement un très grand nombre de résultats, plus facilement qu'en lançant un vrai dé des milliers de fois.
- Deux simulations différentes, avec le même nombre de lancers, donnent toujours exactement la même fréquence.
- Plus on répète une expérience aléatoire, plus la fréquence observée d'un évènement a tendance à se rapprocher de sa probabilité théorique.

Problèmes**I23 Un dé est-il truqué ?**

Un élève simule 300 lancers d'un dé à 6 faces, et relève les effectifs suivants pour chaque numéro obtenu.

Numéro	1	2	3	4	5	6
Effectif	49	47	46	49	47	62

- Si le dé était parfaitement équilibré, quel effectif attendrait-on pour chaque numéro sur 300 lancers ?
- Calculer la fréquence observée de chaque numéro.
- Ce dé vous semble-t-il équilibré ? Justifier.

I24 Tirage dans une urne

L'urne A contient 5 boules blanches et 4 boules noires. L'urne B contient 6 boules blanches et 3 boules noires. On tire une boule au hasard dans une urne.

- Quelle est la probabilité de tirer une boule noire dans l'urne A ? Dans l'urne B ?
- Dans quelle urne a-t-on le plus de chances de tirer une boule noire ? Justifier en comparant les deux probabilités (par exemple en les mettant au même dénominateur).
- Un camarade affirme qu'il suffit de comparer 4 et 3 (le nombre de boules noires) pour répondre à la question précédente. A-t-il raison ? Pourquoi ?

I25 Roue de loterie et gain moyen

Une roue de loterie comporte 20 secteurs de même taille, répartis ainsi : 16 secteurs « perdant » (0 €), 2 secteurs « 2 € », 1 secteur « 5 € » et 1 secteur « 20 € ». Chaque partie coûte 2 € à jouer, et fait gagner la somme indiquée par le secteur obtenu.

- Vérifier que les effectifs donnés correspondent bien aux 20 secteurs de la roue.
- Si on jouait un très grand nombre de fois, quel serait le gain total obtenu sur 20 parties, en moyenne ? En déduire le gain moyen par partie (arrondi au centime).
- Ce jeu est-il, en moyenne, favorable ou défavorable au joueur, une fois le prix de la partie pris en compte ?

I26 L'équité d'un jeu à deux dés

Alice et Bilal lancent deux dés équilibrés à 6 faces. Alice gagne si le produit des deux dés est pair. Bilal gagne si ce produit est impair. Ce jeu est-il équitable, c'est-à-dire les deux joueurs ont-ils exactement les mêmes chances de gagner ? Justifier en construisant un tableau à double entrée.

Exercices pluridisciplinaires**I27 Génétique, un tableau de croisement**

Chez une espèce, le caractère « yeux marron » est dû à un allèle dominant A, et le caractère « yeux bleus » à un allèle récessif a. On croise deux individus de génotype Aa (chacun porte un allèle A et un allèle a). Chaque parent transmet au hasard, et de façon indépendante, l'un de ses deux allèles à sa descendance.

- Construire le tableau à double entrée des génotypes possibles de la descendance, en mettant les allèles transmis par le premier parent en ligne, et ceux du second parent en colonne.
- Combien de génotypes possibles ce tableau contient-il au total ? Sont-ils tous également probables ?
- Un individu de génotype aa présente le caractère « yeux bleus » ; tous les autres génotypes présentent le caractère « yeux marron » (l'allèle A domine l'allèle a). Quelle est la probabilité qu'un descendant présente le caractère « yeux bleus » ?

I28 Le tirage au sort d'un tournoi

Un tournoi de badminton en poule unique à élimination directe réunit 8 joueurs. Le tableau du premier tour est tiré entièrement au hasard : chaque joueur a autant de chances d'affronter n'importe quel autre joueur au premier tour. Camille et Léo participent tous les deux à ce tournoi.

- Une fois la place de Camille fixée dans le tableau, combien d'adversaires différents peut-elle avoir au premier tour ?
- Parmi ces adversaires possibles, combien correspondent à Léo ? En déduire la probabilité que Camille affronte Léo au premier tour.
- Comment cette probabilité évoluerait-elle si le tournoi comptait davantage de joueurs ? Est-ce cohérent avec le résultat obtenu ?

Rotations : frises, pavages et rosaces

J1 Rappel, la symétrie axiale

Le triangle $A'B'C'$ est le symétrique du triangle ABC par rapport à une droite (d) . On sait que $AB = 8 \text{ cm}$, $BC = 7 \text{ cm}$, et que l'angle $\widehat{B}$ mesure 51° .

- Quelle est la longueur $A'B'$? La longueur $B'C'$?
- Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{B'}$?
- Les triangles ABC et $A'B'C'$ ont-ils la même aire ? Justifier.

J2 Rappel, la translation

Le triangle $D'E'F'$ est l'image du triangle DEF par une translation. On sait que $DE = 3 \text{ cm}$, $EF = 8 \text{ cm}$, et que l'aire du triangle DEF est 26 cm^2 .

- Quelle est la longueur $D'E'$? La longueur $E'F'$?
- Quelle est l'aire du triangle $D'E'F'$?
- Que peut-on dire des droites (DD') et (EE') ? Et des longueurs DD' et EE' ?

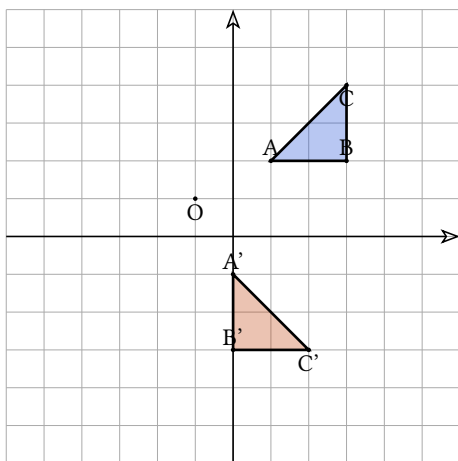
J3 Symétrie, translation, vrai ou faux

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse, et justifier.

- Dans une translation, tous les points sont déplacés dans la même direction et de la même distance.
- Une symétrie axiale conserve les longueurs, mais pas les mesures d'angles.
- La translation conserve les aires des figures.
- Une symétrie centrale est un cas particulier de rotation, d'angle 180° .

J4 Identifier centre, angle et sens

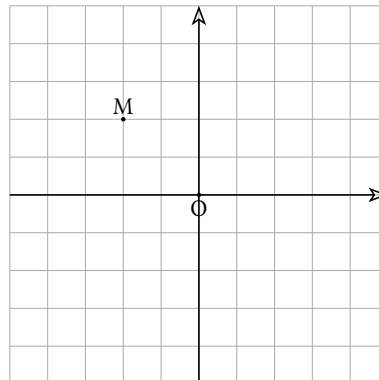
Le triangle $A'B'C'$ est l'image du triangle ABC par une rotation de centre O .



- Quel est le centre de cette rotation ?
- Quel est l'angle de cette rotation, et dans quel sens ?

J5 Construire l'image d'un point

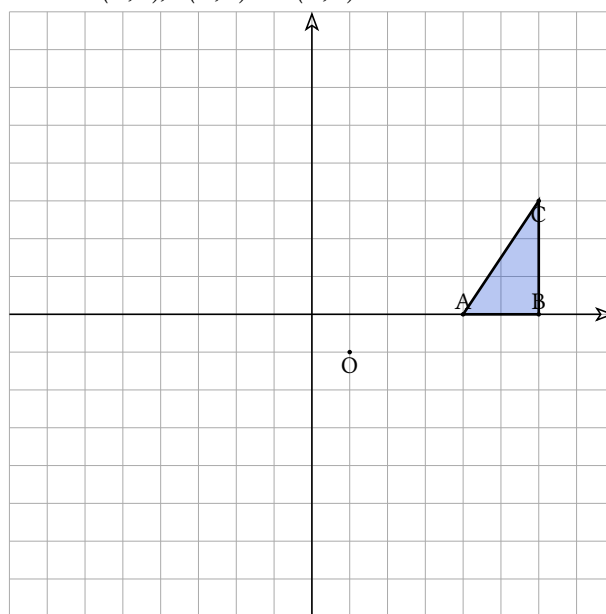
Sur la grille ci-dessous, O est l'origine et M est le point de coordonnées $(-2 ; 2)$.



- Construire le point M' , image de M par la rotation de centre O et d'angle 180° dans le sens direct (contraire des aiguilles d'une montre). Donner les coordonnées de M' .
- Quelle est la longueur OM' ? Justifier sans calcul.

J6 Construire l'image d'un triangle

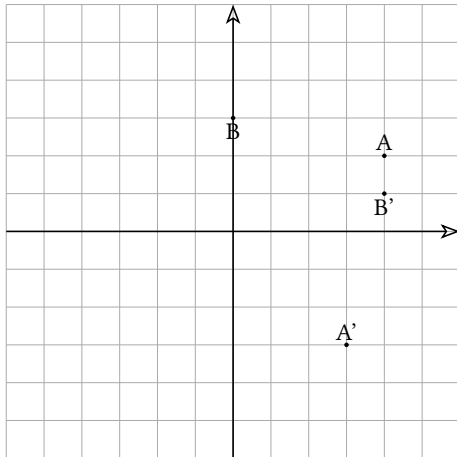
O est le point de coordonnées $(1 ; -1)$. Le triangle ABC a pour sommets $A(4 ; 0)$, $B(6 ; 0)$ et $C(6 ; 3)$.



Construire le triangle $A'B'C'$, image du triangle ABC par la rotation de centre O et d'angle 90° dans le sens direct. Donner les coordonnées des trois sommets de son image.

J7 Trouver le centre d'une rotation

A et B sont deux points, A' et B' leurs images par une même rotation de centre O (inconnu pour l'instant).



- Expliquer une méthode, utilisant les propriétés de la rotation, pour construire le point O à la règle et au compas.
- Vérifier que le point $O(1 ; 0)$ convient, en calculant les longueurs OA et OA' .

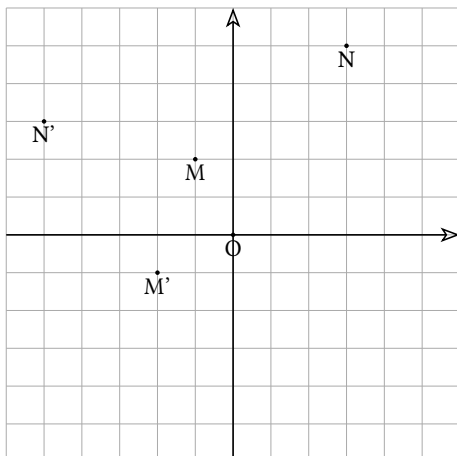
J8 Rotations successives

O est l'origine, M est le point de coordonnées $(-3 ; 2)$. On applique à M la rotation de centre O et d'angle 90° dans le sens direct, pour obtenir un point M_1 . On applique ensuite à M_1 la même rotation (centre O , angle 90° , sens direct), pour obtenir un point M_2 .

- Donner les coordonnées de M_1 , puis de M_2 .
- Quelle rotation unique, appliquée directement à M , donne également M_2 ? Cela reste-t-il vrai quel que soit le point de départ ?

J9 Longueurs conservées par une rotation

M et N sont deux points de coordonnées $(-1 ; 2)$ et $(3 ; 5)$. M' et N' sont leurs images par la rotation de centre O (l'origine) et d'angle 90° dans le sens direct.



- Calculer la longueur MN .
- En déduire la longueur $M'N'$, sans nouveau calcul.

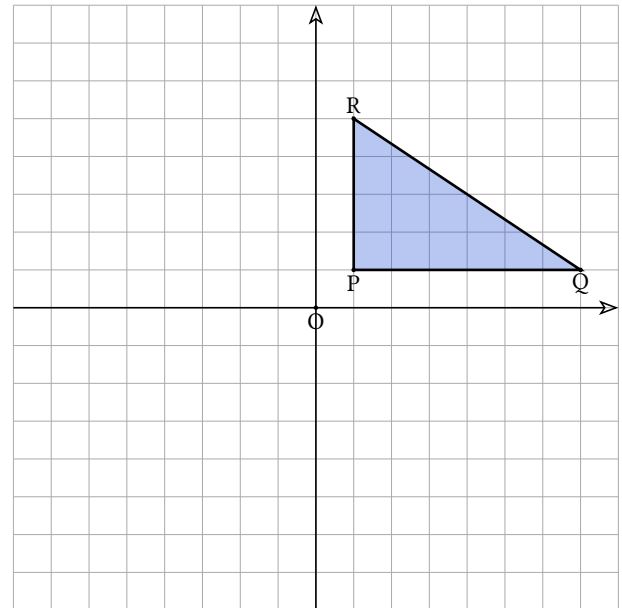
J10 Angles conservés par une rotation

Le quadrilatère $A'B'C'D'$ est l'image du quadrilatère $ABCD$ par une rotation de centre O . Les angles du quadrilatère $ABCD$ mesurent $\hat{A} = 72^\circ$, $\hat{B} = 96^\circ$, et $\hat{C} = 74^\circ$.

- Calculer la mesure de l'angle $\hat{D}$.
- En déduire, sans nouveau calcul, les mesures des quatre angles du quadrilatère $A'B'C'D'$.

J11 Aires conservées par une rotation

Le triangle $P'Q'R'$ est l'image du triangle PQR (rectangle en P) par la rotation de centre O (l'origine) et d'angle 90° dans le sens des aiguilles d'une montre. Le triangle PQR a une base $PQ = 6$ cm et une hauteur $PR = 4$ cm.



- Calculer l'aire du triangle PQR .
- Quelle est l'aire du triangle $P'Q'R'$? Justifier sans calcul.

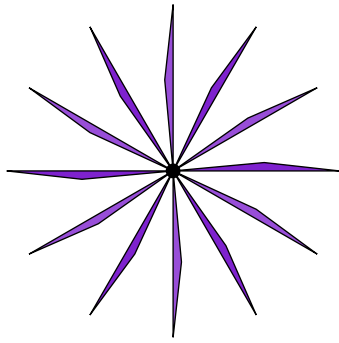
J12 Synthèse, les conservations

Le point A' est l'image du point A , et le triangle $R'S'T'$ est l'image du triangle RST , par une même rotation notée r , de centre O . Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse, et justifier.

- Sachant que $OA = 9$ cm (O étant le centre de la rotation), on affirme que $OA' = 9$ cm.
- Sachant que $\hat{R} = 80^\circ$ dans le triangle RST , on affirme que l'angle correspondant dans son image mesure 95° .
- Sachant que l'aire du triangle RST est 31 cm^2 , on affirme que l'aire de son image par r est 31 cm^2 .

J13 Identifier une rotation dans une rosace

Voici une rosace à 12 branches identiques, réparties régulièrement autour de son centre O.



- Quel est l'angle de la plus petite rotation de centre O (autre que 0°) qui laisse cette rosace invariante (identique à elle-même) ?
- Combien de rotations de centre O (l'identité comprise) laissent cette rosace invariante, avant de revenir à un tour complet ?

J14 Identifier une rotation dans une frise

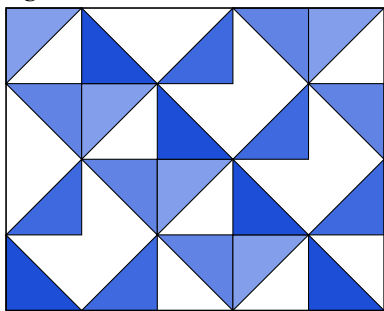
Voici une frise obtenue en répétant un même motif triangulaire vers la droite.



- Pour passer d'un motif au motif immédiatement suivant, la transformation utilisée est-elle une translation seule, ou une rotation de 180° suivie d'une translation ? Justifier en observant l'orientation des motifs successifs.
- Cette frise possède-t-elle des centres de symétrie ? Si oui, où se situent-ils ?

J15 Identifier une rotation dans un pavage

Ce pavage de 5×4 cases est formé en répétant, case par case, un même triangle tourné de 90° d'une case à l'autre.



- Deux cases voisines contiennent-elles le même triangle, ou des triangles différents ? Quelle transformation permet de passer du triangle d'une case à celui de la case suivante ?
- Combien de cases (donc de triangles) ce pavage contient-il au total ?

J16 Rosace et diviseurs de 360

Une rosace est invariante par une rotation de centre O et d'angle 36° (et par aucune rotation d'angle plus petit).

- Combien de branches cette rosace possède-t-elle ?
- Peut-on construire une rosace invariante par une rotation d'angle 37° (et d'aucun angle plus petit) ? Justifier à l'aide des diviseurs de 360.

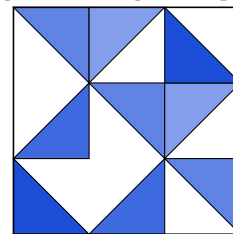
J17 Construire une rosace, étape par étape

On veut construire une rosace à 5 branches identiques, à la règle, au compas et au rapporteur.

- Quel angle faut-il reporter, avec le rapporteur, entre deux branches consécutives ?
- Décrire un protocole de construction, en 3 ou 4 étapes, permettant d'obtenir cette rosace à partir d'une première branche déjà tracée.

J18 Construire un pavage à partir d'un motif

On veut reproduire, sur papier quadrillé, le pavage ci-dessous, en partant du triangle en bas à gauche (première case).



- Décrire un protocole permettant de construire ce pavage case par case, à partir du triangle de la première case.
- Un camarade propose de construire tout le pavage par translations seules, sans jamais utiliser de rotation. Cela fonctionne-t-il ici ? Pourquoi ?

J19 Utiliser un logiciel de géométrie dynamique

Pour chacune des affirmations suivantes, sur l'usage d'un logiciel de géométrie dynamique pour construire une rotation, dire si elle est vraie ou fausse, et justifier.

- Si on déplace le centre de la rotation avec la souris, l'image de la figure se met à jour automatiquement.
- Un logiciel de géométrie dynamique permet de mesurer automatiquement les longueurs et les angles d'une figure et de son image, pour vérifier une conjecture sur les rotations.
- Dans un logiciel de géométrie dynamique, l'angle d'une rotation doit obligatoirement être un multiple de 90° .

J20 Vocabulaire de la rotation, vrai ou faux

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse, et justifier.

- Une rotation d'angle 360° laisse toute figure inchangée, quel que soit son centre.
- Une rotation est entièrement déterminée par la donnée d'un centre, d'un angle et d'un sens.
- Deux rotations de même centre mais d'angles différents donnent, appliquées à un même point, deux images différentes (sauf cas particulier).
- Le centre d'une rotation est le seul point qui soit sa propre image.

J21 Choisir la bonne transformation

Pour chaque situation, indiquer quelle transformation permet de passer d'un élément à l'autre.

- Le motif d'un papier peint, qui se répète identique à lui-même tous les 20 cm, sans jamais changer d'orientation.
- Les points d'un cercle, obtenus en faisant tourner un rayon de 10° en 10° autour du centre du cercle.
- Les douze chiffres d'une horloge, obtenus les uns à partir des autres par rotations successives de 30° autour du centre du cadran.
- Les deux moitiés d'un jeu de cartes, une carte et son image obtenue en la retournant de 180° autour de son centre, sans la sortir de la table.

J22 Synthèse, effet global d'une rotation

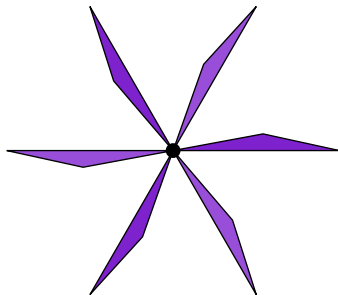
Le polygone $P'Q'R'S'$ est l'image du polygone $PQRS$ par une rotation de centre O . Dans le polygone $PQRS$, un point auxiliaire permet de former un triangle rectangle de côtés 6 cm et 8 cm dont l'hypoténuse est $[PQ]$; l'angle $\hat{Q}$ mesure 54° , et l'aire totale du polygone $PQRS$ est 35 cm^2 .

- Calculer la longueur PQ .
- Donner, sans nouveau calcul, la longueur $P'Q'$, la mesure de l'angle $\hat{Q}'$, et l'aire du polygone $P'Q'R'S'$.

Problèmes

J23 Une rosace à n branches

On veut construire une rosace régulière (toutes les branches identiques, réparties également autour du centre), dont l'angle de la plus petite rotation qui la laisse invariante soit compris entre 30° et 55° (bornes incluses).



- Pourquoi cet angle doit-il nécessairement être un diviseur de 360 ?
- Lister tous les diviseurs de 360 compris entre 30 et 55.
- En déduire tous les nombres de branches possibles pour une telle rosace.

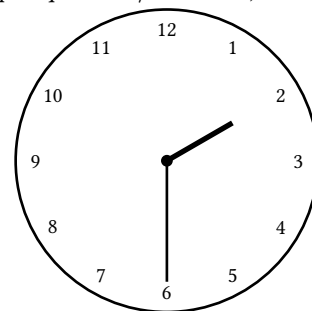
J24 Un pavage à transformations multiples

Pour construire un pavage, on part d'un motif de base (un triangle). On le répète 4 fois vers la droite par translation, pour former une première ligne. On tourne ensuite cette ligne entière de 180° pour former la deuxième ligne, qu'on place juste en dessous ; on répète cette alternance (translation vers la droite, puis rotation de 180° pour la ligne suivante) jusqu'à obtenir 3 lignes en tout.

- Combien de motifs (triangles) ce pavage contient-il en tout ?
- Deux motifs superposables par une translation ont-ils la même orientation ? Et deux motifs superposables par une rotation de 180° ?
- Les motifs de la première et de la troisième ligne ont-ils la même orientation ? Justifier en utilisant la règle de construction.

J25 Les aiguilles d'une horloge

Sur une horloge, chaque minute correspond à une rotation de 6° de la grande aiguille autour du centre du cadran (puisque $360^\circ/60 = 6^\circ$), et chaque heure à une rotation de 30° de la petite aiguille (puisque $360^\circ/12 = 30^\circ$). Il est 2 h 30.



- Quel angle la grande aiguille a-t-elle parcouru depuis le début de l'heure en cours (c'est-à-dire depuis 2 h 00) ?
- Quel angle la petite aiguille a-t-elle parcouru depuis le début du cadran (c'est-à-dire depuis midi ou minuit), en tenant compte du fait qu'elle avance aussi un peu à chaque minute ?
- En déduire la mesure de l'angle formé par les deux aiguilles.

J26 Reconstituer une frise

Voici le début d'une frise, construite à partir d'un motif triangulaire répété selon une règle fixe.

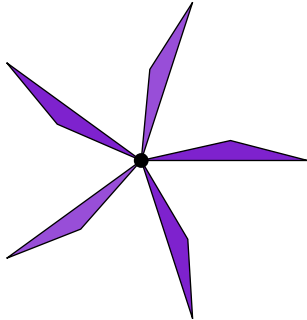


Continuer cette frise sur votre cahier, en ajoutant 3 motifs supplémentaires, en respectant la règle de construction observée sur les 3 premiers motifs. Préciser, en le justifiant, si cette règle consiste à répéter le motif par translation seule, ou en alternant rotation de 180° et translation.

Exercices pluridisciplinaires

J27 Le vitrail gothique

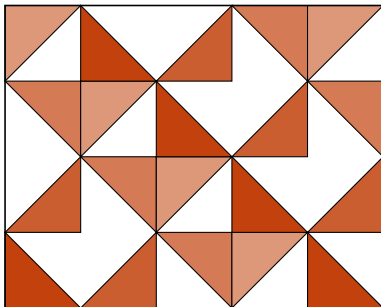
Les cathédrales gothiques sont ornées de grandes rosaces de vitraux, dont le tracé repose sur des rotations. Voici le plan simplifié d'une rosace à 5 lobes identiques, répartis régulièrement autour de son centre.



- Quel est l'angle de la plus petite rotation, de centre le centre de la rosace, qui laisse cette figure invariante ?
- Le maître verrier veut ajouter, entre chaque paire de lobes déjà tracés, un petit lobe supplémentaire identique aux autres, pour doubler leur nombre. Quel serait alors le nouvel angle de la plus petite rotation laissant la rosace invariante ?

J28 Les motifs de l'Alhambra

Le palais de l'Alhambra, à Grenade (Espagne), construit aux XIII^e et XIV^e siècles, est célèbre pour ses murs entièrement recouverts de pavages géométriques : l'art islamique de cette époque, qui ne représente pas de figures humaines ou animales dans les lieux de culte ou de pouvoir, s'est particulièrement développé dans la géométrie des pavages. Voici un pavage inspiré de ce style, de 5×4 cases.



- Quelle transformation géométrique permet de passer du motif d'une case à celui d'une case voisine ?
- Combien de motifs ce pavage contient-il au total ?
- Pourquoi un tel pavage peut-il, en principe, être prolongé à l'infini dans toutes les directions, sur un mur suffisamment grand ?

Proportionnalité, fonctions linéaires et pourcentages d'évolution

K1 Reconnaître une situation de proportionnalité

Voici un tableau de valeurs.

x	9	8	9	4
y	27	24	27	12

- a. Ce tableau est-il un tableau de proportionnalité ? Justifier en calculant les quotients y/x .

K2 Calculer une quatrième proportionnelle

4 articles identiques coûtent 36 € au total (le prix est proportionnel au nombre d'articles).

- a. Quel est le prix d'un seul article ?
b. Quel est le prix de 11 articles ?

K3 Compléter un tableau de proportionnalité

x	4	6	8	10
y	8		16	

Ce tableau est un tableau de proportionnalité. Le compléter.

K4 Utiliser le coefficient de proportionnalité

Une grandeur y est proportionnelle à une grandeur x , avec un coefficient de proportionnalité égal à 6.

- a. Calculer la valeur de y associée à $x = 6$.
b. Calculer la valeur de y associée à $x = 9$.
c. Quelle est la valeur de x associée à $y = 120$?

K5 Définir une fonction linéaire

Un article coûte 2 € pièce. On note x le nombre d'articles achetés, et $f(x)$ le prix total payé, en euros.

- a. Exprimer $f(x)$ en fonction de x .
b. f est-elle une fonction linéaire ? Quel est son coefficient ?

K6 Calculer une image

Soit f la fonction linéaire définie par $f(x) = 3x$.

- a. Calculer $f(4)$.
b. Calculer $f(-5)$.
c. Calculer $f(0)$.

K7 Trouver le coefficient

f est une fonction linéaire telle que $f(8) = 72$.

- a. Déterminer le coefficient de f .
b. En déduire l'expression de $f(x)$, puis calculer $f(10)$.

K8 Trouver un antécédent

Soit f la fonction linéaire définie par $f(x) = 7x$.

- a. Déterminer l'antécédent de 56 par f .

K9 Fonction linéaire, vrai ou faux

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse, et justifier.

- a. Le coefficient d'une fonction linéaire est nécessairement un nombre positif.
b. Une fonction linéaire de coefficient a s'écrit $f(x) = ax$.
c. Si $f(x) = 5x$, alors doubler x double aussi $f(x)$.
d. Deux fonctions linéaires différentes peuvent avoir la même image pour $x = 0$.

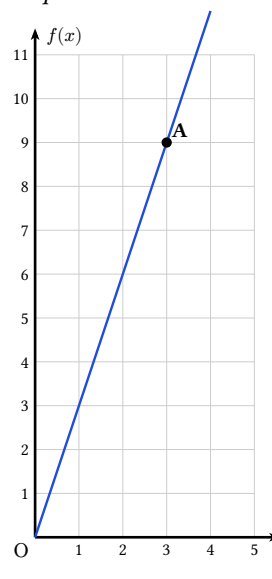
K10 Tracer une fonction linéaire

Soit f la fonction linéaire définie par $f(x) = 1,5x$.

- a. Calculer $f(4)$.
b. Tracer, dans un repère, la représentation graphique de f , en utilisant le point de coordonnées $(0 ; 0)$ et le point de coordonnées $(4 ; f(4))$.

K11 Lire un coefficient sur un graphique

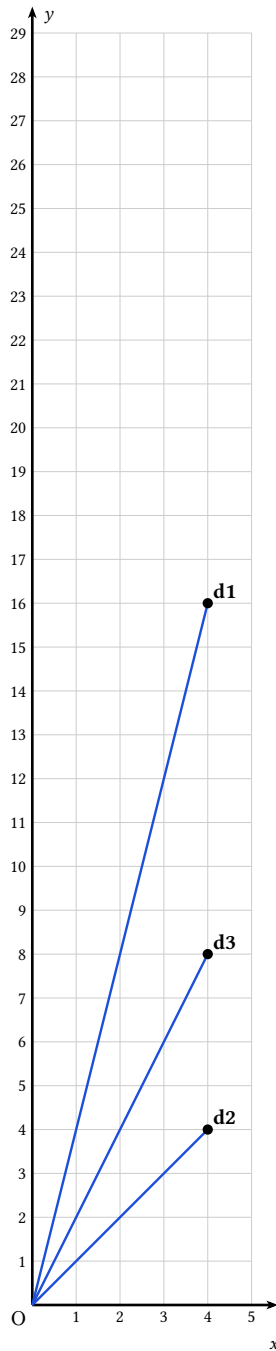
Voici la représentation graphique d'une fonction linéaire f , avec un point A marqué dessus.



- a. Lire les coordonnées du point A.
b. En déduire le coefficient de f , et l'expression de $f(x)$.

K12 Associer une fonction à son graphique

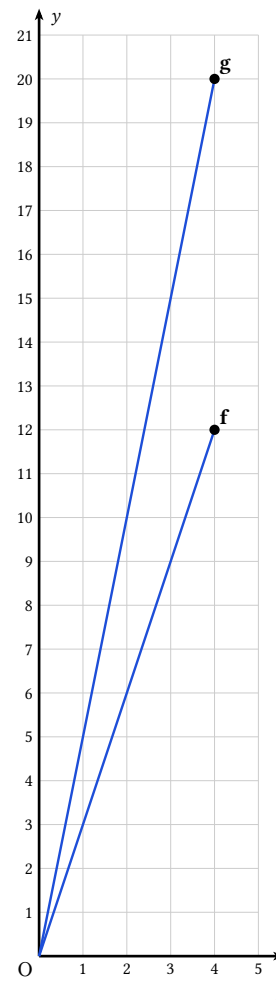
Voici les représentations graphiques de trois fonctions linéaires, tracées dans un même repère : les droites d1, d2 et d3.



- a. Parmi les fonctions $f_1(x) = 4x$, $f_2(x) = 1x$ et $f_3(x) = 2x$, laquelle correspond à la droite d1 ? À la droite d2 ? À la droite d3 ?
- b. Quelle est la droite la « plus pentue » (celle qui monte le plus vite) ? Pourquoi ?

K13 Comparer deux fonctions linéaires

Deux fonctions linéaires f et g sont définies par $f(x) = 3x$ et $g(x) = 5x$.



- a. Calculer $f(3)$ et $g(3)$.
- b. Laquelle des deux fonctions donne la plus grande image pour $x = 3$? Cela reste-t-il vrai pour n'importe quelle valeur de x positive ?

K14 Calculer un pourcentage d'augmentation

Le prix d'un article, initialement de 60 €, augmente de 35 %.

- a. Calculer le montant de l'augmentation, en euros.
- b. En déduire le nouveau prix de l'article.

K15 Calculer un pourcentage de diminution

Un article coûtait 160 € ; son prix baisse de 15 % lors des soldes.

- a. Calculer le montant de la baisse, en euros.
- b. En déduire le nouveau prix de l'article.

K16 Utiliser le coefficient multiplicateur

Un prix augmente de 15 %.

- a. Quel est le coefficient multiplicateur associé à cette évolution ?
- b. En appliquant directement ce coefficient, calculer le nouveau prix d'un article qui coûtait initialement 120 €.

K17 Retrouver la valeur initiale

Après une baisse de 5 %, le prix d'un article est de 38 €.

- Quel est le coefficient multiplicateur associé à cette évolution ?
- Quel était le prix initial de cet article, avant cette évolution ?

K18 Évolutions successives

Un prix, initialement de 250 €, subit d'abord une hausse de 20 %, puis une hausse de 20 %.

- Donner le coefficient multiplicateur de chacune des deux évolutions.
- En déduire le coefficient multiplicateur global de la succession des deux évolutions, puis le prix final.
- Un camarade affirme qu'une hausse de 20 % suivie d'une baisse de 20 % ramène toujours au prix de départ. A-t-il raison ?

K19 Pourcentages d'évolution, vrai ou faux

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse, et justifier.

- Une baisse de 20 % suivie d'une hausse de 20 % ramène toujours à la valeur de départ.
- Le coefficient multiplicateur d'une évolution est toujours un nombre positif.
- Une baisse de 100 % revient à diviser par 2.
- Pour calculer directement une valeur après évolution, il suffit de multiplier la valeur initiale par le coefficient multiplicateur.

K20 Proportionnalité et théorème de Thalès

Dans une configuration de Thalès, les droites (DE) et (BC) sont parallèles, avec D sur [AB] et E sur [AC]. On donne $AD = 4$ cm, $AB = 8$ cm, $AE = 5$ cm, $AC = 10$ cm, et $DE = 3$ cm.

- Écrire les rapports égaux donnés par le théorème de Thalès dans cette configuration.
- En reconnaissant un tableau de proportionnalité, calculer la longueur BC.

K21 Un plan à l'échelle

Un plan est réalisé à l'échelle 1/500 (1 cm sur le plan représente 500 cm dans la réalité).

- Un couloir mesure 3 cm sur le plan. Quelle est sa longueur réelle, en mètres ?
- Une façade mesure 10 m dans la réalité. Quelle est sa longueur sur le plan, en centimètres ?

K22 Synthèse, la proportionnalité

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse, et justifier.

- Dans un tableau de proportionnalité, on obtient les valeurs d'une ligne en multipliant celles de l'autre ligne par un même nombre.
- La représentation graphique d'une fonction linéaire est toujours une droite passant par l'origine du repère.
- Si deux grandeurs ne sont pas proportionnelles, aucune des fonctions qui les relient ne peut être une fonction linéaire.
- Augmenter une quantité de 50 %, c'est la multiplier par 1,5.

Problèmes**K23 Soldes successives**

Un manteau coûte 80 € avant les soldes. Il subit une première démarque de 20 %, puis, deux semaines plus tard, une seconde démarque de 20 % (appliquée sur le prix déjà démarqué).

- Calculer le prix du manteau après la première démarque.
- Calculer le prix du manteau après la seconde démarque.
- Un vendeur affirme que deux démarques de 20 % et 20 % reviennent au total à une démarque unique de $20 + 20 = 40$ %. A-t-il raison ? Justifier en comparant les coefficients multiplicateurs.

K24 Prix HT et TTC

En France, le taux de TVA (taxe sur la valeur ajoutée) applicable à un article est de 20 %. Le prix HT (hors taxes) d'un article est de 25 €.

- Quel est le coefficient multiplicateur permettant de passer du prix HT au prix TTC (toutes taxes comprises) ?
- Calculer le prix TTC de cet article.
- Un second article coûte 30 € TTC, avec le même taux de TVA. Quel est son prix HT ?

K25 Un agrandissement de photo

Une photo rectangulaire mesure 12 cm de largeur sur 6 cm de hauteur. On l'agrandit 3 fois (chaque dimension est multipliée par 3), en conservant ses proportions.

- Calculer les dimensions de la photo agrandie.
- On veut ensuite encadrer une autre photo, aux mêmes proportions que la photo initiale (12 cm sur 6 cm), dans un cadre de 39 cm de largeur. Quelle hauteur ce cadre doit-il avoir pour que la photo l'occupe exactement, sans déformation ?

K26 Comparer deux offres de réduction

Le magasin A propose « 25 % de réduction ». Le magasin B propose « 20 € offerts pour tout achat de 80 € ou plus ». Quelle offre est la plus avantageuse pour un client ? Justifier précisément, en s'appuyant sur des calculs.

Exercices pluridisciplinaires**K27 L'inflation**

L'inflation est la hausse générale des prix, mesurée d'une année sur l'autre. Un institut économique annonce un taux d'inflation de 5 % sur une année. Un panier de courses coûtait 100 € au début de l'année.

- En supposant que le prix de ce panier suit exactement le taux d'inflation annoncé, quel est son coefficient multiplicateur sur l'année ?
- Quel est le prix de ce panier à la fin de l'année ?
- Si l'inflation reste au même taux l'année suivante, ce panier augmentera-t-il, sur les deux années, du double du taux annuel (soit $2 \times 5 = 10$ %) ? Justifier.

K28 Évolution démographique

D'après un recensement, une ville comptait 160000 habitants il y a 10 ans. Depuis, sa population a diminué de 10 %, en raison d'un exode vers les métropoles voisines.

- a. Quel est le coefficient multiplicateur associé à cette évolution ?
- b. Quelle est la population actuelle de cette ville ?
- c. Cette évolution démographique a-t-elle été nécessairement régulière, au même rythme chaque année, entre ces deux recensements ? Pourquoi le pourcentage donné ne permet-il pas de le savoir ?

Homothéties, agrandissement-réduction et effet sur les grandeurs

L1 Effet sur les longueurs

Une figure est agrandie 4 fois (chaque longueur est multipliée par 4). Un segment de cette figure mesure 5 cm.

- a. Quelle est la longueur du segment correspondant dans la figure agrandie ?

L2 Effet sur les aires

Une figure est agrandie 4 fois (chaque longueur est multipliée par 4). Cette figure a une aire de 3 cm^2 .

- a. Quelle est l'aire de la figure agrandie ?

L3 Effet sur les volumes

Un solide est agrandi 3 fois (chaque longueur est multipliée par 3). Ce solide a un volume de 10 cm^3 .

- a. Quel est le volume du solide agrandi ?

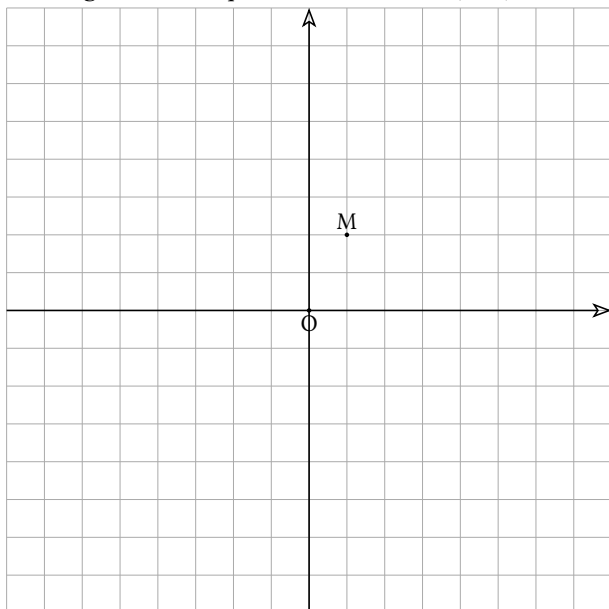
L4 Reconnaître agrandissement ou réduction

Une figure de départ a un côté de 24 cm. Son image, par une transformation qui multiplie toutes les longueurs par un même coefficient k , a le côté correspondant de 8 cm.

- a. Calculer le coefficient k de cette transformation.
b. S'agit-il d'un agrandissement ou d'une réduction ? Justifier.

L5 Construire l'image d'un point

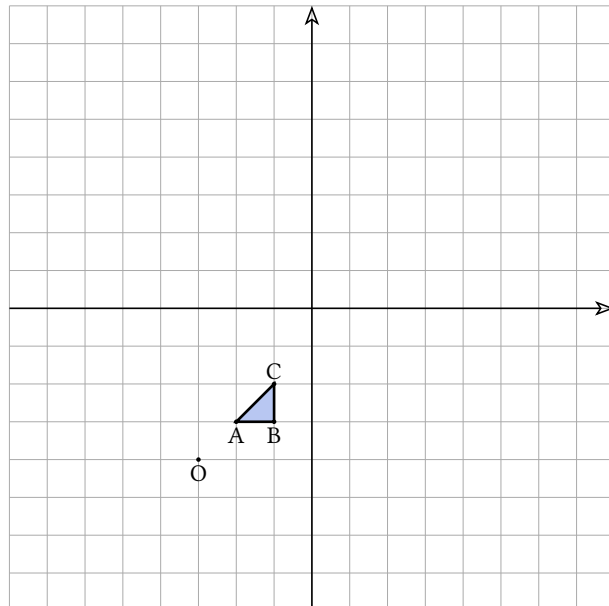
O est l'origine, M est le point de coordonnées $(1 ; 2)$.



- a. Construire le point M' , image de M par l'homothétie de centre O et de rapport 3. Donner les coordonnées de M' .
b. Quelle est la longueur OM' , en fonction de OM ?

L6 Construire l'image d'un triangle

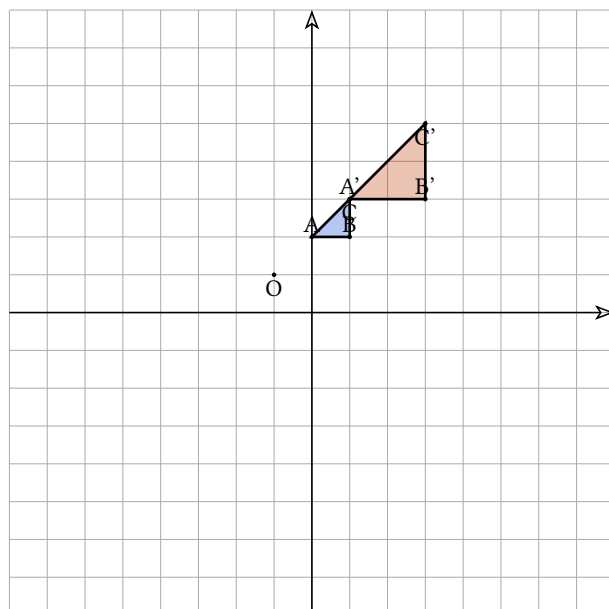
O est le point de coordonnées $(-3 ; -4)$. Le triangle ABC a pour sommets $A(-2 ; -3)$, $B(-1 ; -3)$ et $C(-1 ; -2)$.



Construire le triangle $A'B'C'$, image du triangle ABC par l'homothétie de centre O et de rapport 3. Donner les coordonnées des trois sommets de son image.

L7 Identifier centre et rapport

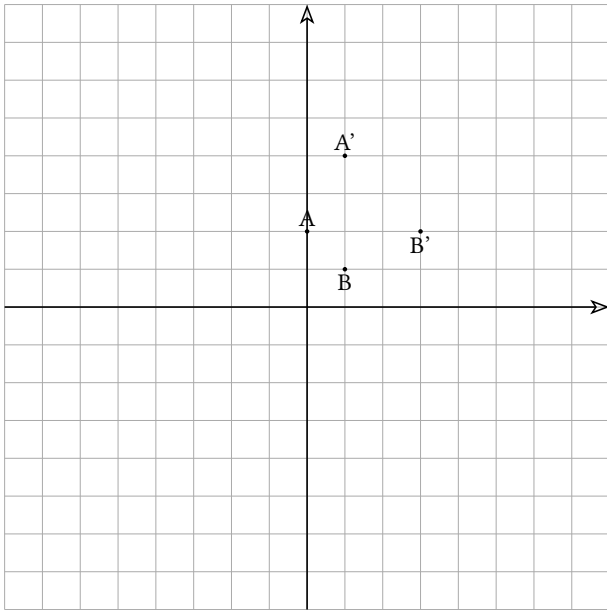
Le triangle $A'B'C'$ est l'image du triangle ABC par une homothétie de centre O .



- a. Quel est le centre de cette homothétie ?
b. Quel est son rapport ? (On pourra comparer les coordonnées de A et A' par rapport à celles de O .)

L8 Trouver le centre d'une homothétie

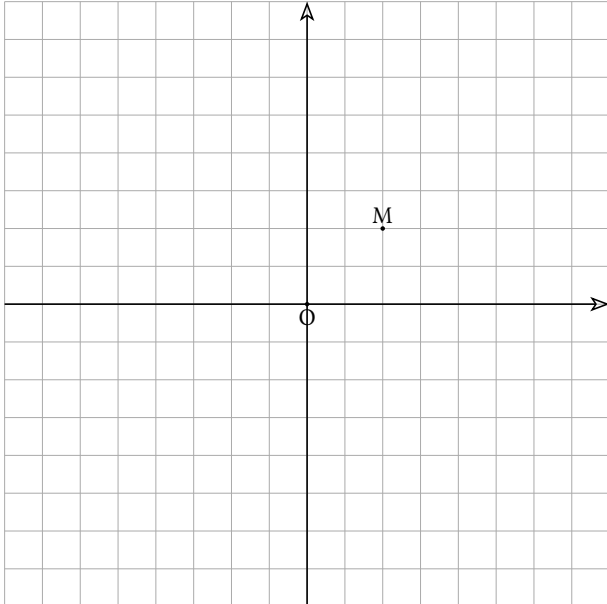
A et B sont deux points, A' et B' leurs images par une même homothétie de centre O (inconnu pour l'instant) et de rapport 2.



- Expliquer une méthode permettant de construire le point O , à partir des droites (AA') et (BB') .
- Vérifier que le point $O(-1 ; 0)$ convient, en comparant les positions de A et A' par rapport à O .

L9 Homothétie de rapport négatif

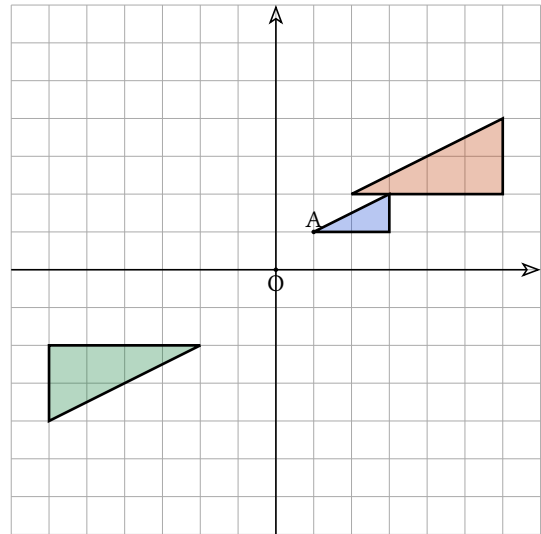
O est l'origine, M est le point de coordonnées $(2 ; 2)$.



- Construire le point M' , image de M par l'homothétie de centre O et de rapport -1 . Donner les coordonnées de M' .
- M , O et M' sont-ils alignés ? M' se trouve-t-il du même côté de O que M , ou du côté opposé ?

L10 Effet du signe du rapport

On considère le triangle ABC , avec $A(1 ; 1)$, $B(3 ; 1)$ et $C(3 ; 2)$, ainsi que ses images par deux homothéties de centre O (l'origine) : l'une de rapport 2 (triangle $A'B'C'$), l'autre de rapport -2 (triangle $A''B''C''$).



- Lequel des deux triangles images ($A'B'C'$ ou $A''B''C''$) a la même orientation que le triangle de départ ABC ? Lequel est « retourné » ?

L11 Rapport positif ou négatif, vrai ou faux

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse, et justifier.

- Une homothétie de rapport -3 est un agrandissement (les longueurs sont multipliées par 3), mais avec inversion de l'orientation.
- Un rapport d'homothétie négatif signifie que les longueurs de l'image sont négatives.
- Dans une homothétie de rapport positif, l'image d'une figure est toujours du même côté du centre que la figure de départ.

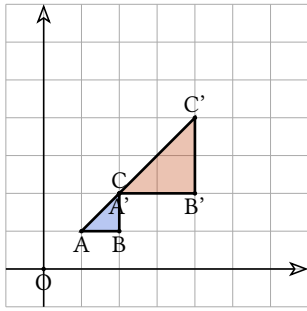
L12 Propriétés de conservation

Le triangle $A'B'C'$ est l'image du triangle ABC par une homothétie de rapport 4. On sait que $\hat{A} = 36^\circ$ et que $AB = 8$ cm.

- Quelle est la mesure de l'angle $\hat{A}'$?
- Quelle est la longueur $A'B'$?
- Une homothétie de rapport 4 conserve-t-elle les longueurs ? Conserve-t-elle les mesures d'angles ?

L13 Homothétie et théorème de Thalès

O est l'origine. Le triangle $A'B'C'$ est l'image du triangle ABC , avec $A(1; 1)$, $B(2; 1)$, $C(2; 2)$, par l'homothétie de centre O et de rapport 2.



- Que peut-on dire des droites (AB) et $(A'B')$? Justifier à l'aide du théorème de Thalès, en considérant les points O , A , A' d'une part et O , B , B' d'autre part.
- Sachant que $OA/OA' = 1/2$, que vaut le rapport $AB/A'B'$?

L14 Rotation ou homothétie, vrai ou faux

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse, et justifier.

- Une rotation et une homothétie conservent toutes les deux les mesures d'angles.
- Une rotation conserve toujours les longueurs, alors qu'une homothétie ne les conserve que si son rapport vaut 1 ou -1 .
- Une homothétie de rapport 1 revient à ne rien changer à la figure (elle reste identique).

L15 Une longueur dans une réduction

Une figure subit une réduction de rapport $k = 1/2$. Un segment de cette figure mesure 6 cm.

- Quelle est la longueur du segment correspondant dans la figure réduite ?

L16 Une aire dans une réduction

Une figure subit une réduction de rapport $k = 1/2$. Cette figure a une aire de 8 cm².

- Quelle est l'aire de la figure réduite ?

L17 Un volume dans une réduction

Un solide subit une réduction de rapport $k = 1/2$. Ce solide a un volume de 24 cm³.

- Quel est le volume du solide réduit ?

L18 Retrouver le rapport k

Un segment de 21 cm a pour image, par une homothétie, un segment de 12 cm.

- Calculer le rapport k de cette homothétie, sous forme de fraction irréductible.
- S'agit-il d'un agrandissement ou d'une réduction ?

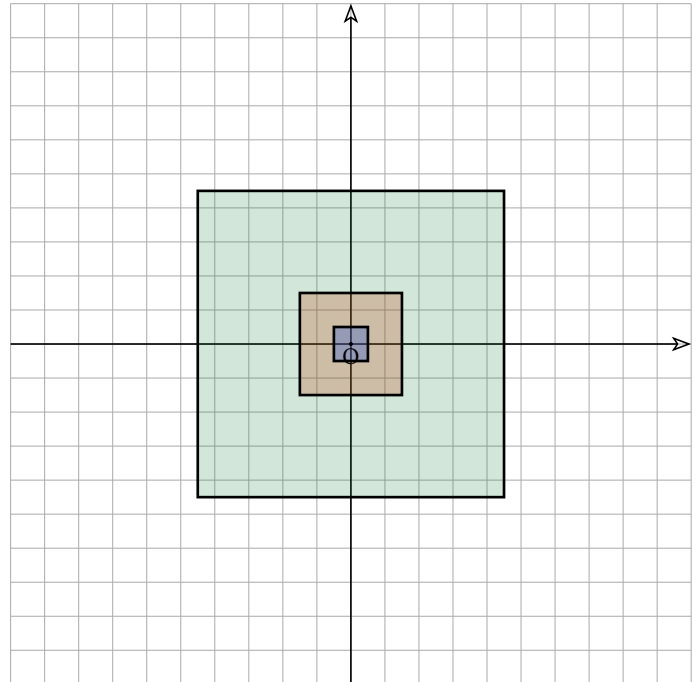
L19 Synthèse, longueurs, aires et volumes

Un solide subit un agrandissement de rapport 2. Sur ce solide, une arête mesure 3 cm, une face a une aire de 6 cm², et le volume total est de 7 cm³.

- Quelle est la longueur de l'arête correspondante dans le solide agrandi ?
- Quelle est l'aire de la face correspondante dans le solide agrandi ?
- Quel est le volume du solide agrandi ?

L20 Identifier une homothétie, carrés emboîtés

Voici trois carrés concentriques (de même centre O), de côtés respectifs 1 cm, 3 cm et 9 cm.



- Quel est le rapport de l'homothétie de centre O qui transforme le petit carré (côté 1 cm) en le carré moyen (côté 3 cm) ?
- Quel est le rapport de l'homothétie de centre O qui transforme le petit carré en le grand carré (côté 9 cm) directement ?

L21 Une suite d'objets semblables

Un jeu de cadres photo emboîtés comporte plusieurs cadres semblables, chacun obtenu à partir de la précédente par une homothétie de même rapport $k = 4/3$. Le plus petit cadre mesure 18 cm de hauteur.

- Quelle est la hauteur du deuxième cadre ?
- Quelle est la hauteur du troisième cadre ?

L22 Vocabulaire de l'homothétie, vrai ou faux

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse, et justifier.

- Dans une homothétie de rapport k , si $|k| > 1$, il s'agit d'un agrandissement.
- Une figure et son image par une homothétie ont nécessairement la même forme.
- Une homothétie de rapport $1/2$ est une réduction.
- Une homothétie est entièrement déterminée par la donnée d'un centre et d'un rapport.

Problèmes

L23 Une maquette au 1/50

Un architecte construit la maquette d'un immeuble, à l'échelle 1/50 : toutes les longueurs de l'immeuble sont réduites dans un rapport $k = 1/50$ pour la maquette.

- L'immeuble mesure 10 m de hauteur. Quelle est la hauteur de la maquette, en centimètres ?
- Le toit de l'immeuble a une aire de 200 m². Quelle est l'aire du toit sur la maquette, en cm² ? (Attention : la réduction ne s'applique pas aux aires de la même façon qu'aux longueurs.)

L24 Une photocopie à 140 %

Une photocopieuse propose un agrandissement à 140 %.

- Quel est le rapport k de l'homothétie correspondant à cet agrandissement ?
- Un document original comporte un trait de 10 cm. Quelle sera sa longueur sur la photocopie agrandie ?
- Ce document original comporte aussi un dessin d'aire 40 cm². Quelle sera l'aire de ce dessin sur la photocopie agrandie ?

L25 Une statue agrandie

Un sculpteur réalise d'abord une statuette de 20 cm de hauteur, en argile, avant de la faire agrandir 8 fois pour réaliser la statue monumentale finale, dans le même matériau.

- Quelle sera la hauteur de la statue finale ?
- La statuette pèse 4 kg. En admettant que le matériau final ait la même masse volumique, quelle sera la masse de la statue finale ?

L26 Le volume d'un cube doublé

Un cube a une arête de 2 cm. On construit un second cube dont l'arête est le double de celle du premier. Un élève affirme que le volume du second cube est aussi le double du volume du premier. A-t-il raison ? Justifier précisément votre réponse par des calculs, et proposer une explication géométrique (par exemple à l'aide d'un agrandissement) de ce que vous observez.

L28 Maquette et impression 3D

Un bureau d'études imprime en 3D un premier prototype d'une pièce mécanique, qui utilise 28 g de filament. Il décide ensuite d'imprimer une version 3 fois plus petite dans toutes les dimensions de cette pièce, dans le même matériau.

- La masse de filament utilisée est proportionnelle au volume de la pièce imprimée. Par quel facteur cette masse est-elle multipliée entre les deux impressions ?
- Quelle masse de filament la seconde impression utilisera-t-elle ?

Exercices pluridisciplinaires

L27 La mise au carreau

Pour agrandir un dessin sans en changer les proportions, un peintre utilise la technique de la « mise au carreau » : il quadrille son dessin original en carreaux de 2 cm de côté, puis reproduit chaque carreau, un par un, agrandi dans un carreau de 12 cm de côté, en respectant fidèlement le contenu de chaque carreau. Le dessin original comporte 8 carreaux en largeur et 8 carreaux en hauteur.

- Quel est le rapport de l'agrandissement utilisé par le peintre ?
- Quelles sont les dimensions du dessin original, en centimètres ?
- Quelles seront les dimensions du dessin agrandi ?

Fonctions affines

M1 Définir une fonction affine

Une salle d'escalade propose un abonnement avec 8 € de frais d'inscription, puis 4 € par séance. On note x le nombre de séances, et $f(x)$ le prix total payé, en euros.

- Exprimer $f(x)$ en fonction de x .
- f est-elle une fonction affine ? Quel est son coefficient directeur ? Quelle est son ordonnée à l'origine ?

M2 Identifier a et b

Soit f la fonction affine définie par $f(x) = 4x + 7$.

- Quel est le coefficient directeur de f ?
- Quelle est l'ordonnée à l'origine de f ?

M3 Calculer une image

Soit f la fonction affine définie par $f(x) = 3x + 8$.

- Calculer $f(6)$.
- Calculer $f(-3)$.
- Calculer $f(0)$. Que représente ce nombre ?

M4 Affine ou linéaire, vrai ou faux

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse, et justifier.

- Une fonction affine dont l'ordonnée à l'origine est nulle est une fonction linéaire.
- La représentation graphique d'une fonction affine passe toujours par l'origine du repère.
- Toute fonction linéaire est une fonction affine.
- Toute fonction affine est une fonction linéaire.

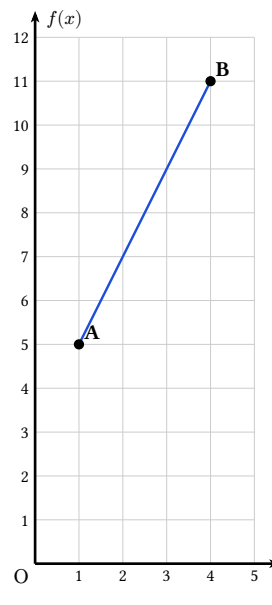
M5 Tracer une fonction affine

Soit f la fonction affine définie par $f(x) = 2x + 2$.

- Calculer $f(0)$ et $f(3)$.
- Tracer, dans un repère, la représentation graphique de f , en utilisant les points de coordonnées $(0 ; f(0))$ et $(3 ; f(3))$.

M6 Lire le coefficient directeur

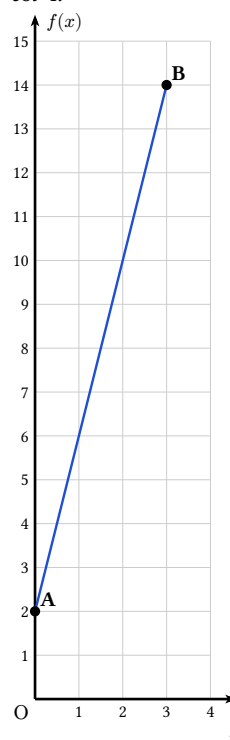
La droite ci-dessous représente une fonction affine f . Les points A et B sont placés sur des intersections de la grille.



- Lire les coordonnées des points A et B.
- En déduire le coefficient directeur de f , c'est-à-dire le quotient $\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$.

M7 Lire l'ordonnée à l'origine

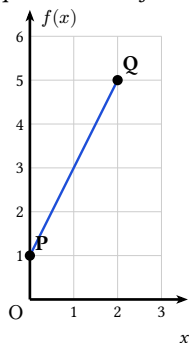
La droite ci-dessous représente une fonction affine f dont le coefficient directeur est 4.



- Lire sur le graphique l'ordonnée à l'origine de f .
- En déduire l'expression de $f(x)$.

M8 Associer une fonction à son graphique

La droite ci-dessous représente une fonction affine f .



a. Parmi les trois propositions suivantes, laquelle correspond au graphique ci-dessus ?

A) $f(x) = 2x + 4$

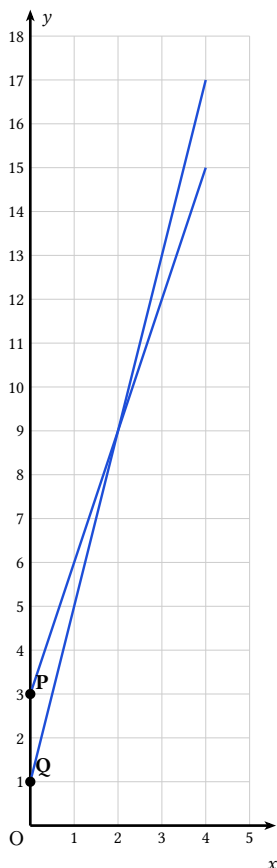
B) $f(x) = 3x + 1$

C) $f(x) = 2x + 1$

b. Justifier en utilisant les coordonnées d'un point de la droite.

M9 Comparer deux fonctions affines

On considère les fonctions affines $f(x) = 3x + 3$ et $g(x) = 4x + 1$, représentées ci-dessous.



a. Les deux droites ci-dessus se coupent en un point. Retrouver son abscisse en résolvant l'équation $f(x) = g(x)$.

b. Calculer les images de cette abscisse par f et par g . Que remarque-t-on ?

c. Pour $x > 2$, $f(x)$ est-elle plus grande ou plus petite que $g(x)$? Justifier à l'aide des coefficients directeurs.

M10 Calculer un antécédent

Soit f la fonction affine définie par $f(x) = 5x + 1$.

a. Déterminer l'antécédent de 11 par f , c'est-à-dire résoudre l'équation $5x + 1 = 11$.

b. Vérifier le résultat en calculant f de l'antécédent trouvé.

M11 Trouver le nombre de séances

Une salle d'escalade propose un abonnement avec 6 € de frais d'inscription, puis 3 € par séance. On note $f(x)$ le prix total payé pour x séances, en euros : $f(x) = 3x + 6$.

a. Un adhérent a payé 39 € au total. Combien de séances a-t-il faites ? Résoudre l'équation $3x + 6 = 39$.

M12 Sens de variation

Soit f la fonction affine définie par $f(x) = -3x + 4$.

a. Calculer $f(2)$ et $f(6)$.

b. On a $2 < 6$. La fonction f est-elle croissante ou décroissante ? Justifier à l'aide des résultats précédents, puis à l'aide du signe du coefficient directeur.

M13 Reconnaître un tableau de fonction affine

Voici un tableau de valeurs.

x	0	1	2	3
y	3	7	11	15

a. Ce tableau peut-il être celui d'une fonction affine ? Justifier en comparant les accroissements successifs de y .

b. Si oui, donner l'expression de cette fonction.

M14 Location de vélos

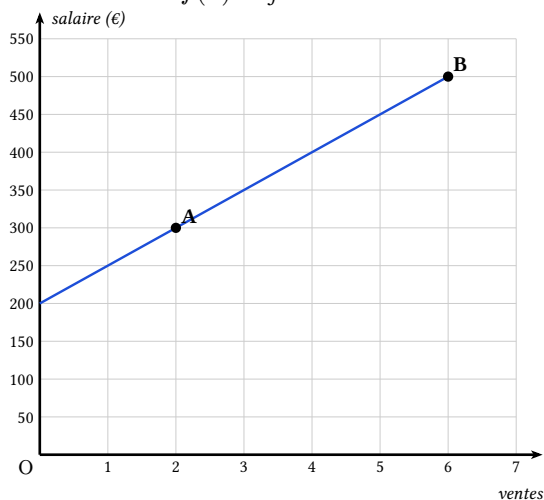
Un loueur de vélos facture 8 € de forfait, puis 2 € par heure de location.

a. Exprimer le prix $f(x)$ payé pour x heures de location, en euros.

b. Une cliente dispose d'un budget de 28 €. Combien d'heures peut-elle louer un vélo au maximum, si elle dépense tout son budget ?

M15 Salaire d'un vendeur

Un vendeur touche un salaire fixe de 200 €, plus une commission de 50 € par vente réalisée dans le mois. Le graphique ci-dessous représente son salaire $f(x)$ en fonction du nombre x de ventes.



- Par lecture graphique, quel est le salaire pour 2 ventes ?
- Par lecture graphique, combien de ventes faut-il pour gagner 500 € ?

M16 Comparer deux forfaits

Un opérateur propose deux forfaits internet mobile. Le forfait A coûte 6 € par mois, plus 3 € par Go consommé. Le forfait B coûte 3 € par mois, plus 4 € par Go consommé. On note $A(x)$ et $B(x)$ les prix mensuels, en euros, pour x Go consommés.

- Exprimer $A(x)$ et $B(x)$ en fonction de x .
- Pour quelle consommation ces deux forfaits coûtent-ils le même prix ? Résoudre l'équation $A(x) = B(x)$.
- Pour une consommation de 7 Go, quel est le forfait le moins cher ?

M17 Synthèse, vrai ou faux

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse, et justifier.

- Si le coefficient directeur d'une fonction affine est négatif, la fonction est décroissante.
- Le coefficient directeur d'une fonction affine $f(x) = ax + b$ est le nombre b .
- La représentation graphique d'une fonction affine est une droite.
- L'antécédent d'un nombre par une fonction affine se trouve toujours en résolvant une équation du premier degré.

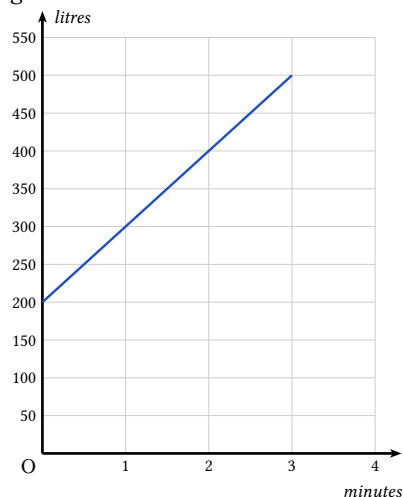
M18 Associer contexte et expression

On note x le nombre approprié à chaque situation (kilomètres, minutes, heures ou glaces), et $f(x)$ le prix ou le volume obtenu, en fonction de x .

- Voici trois situations. 1) Un artisan facture 40 € de déplacement, puis 25 € par heure de travail.
2) Un taxi facture 3 € de prise en charge, puis 2 € par kilomètre parcouru.
3) Un vendeur de glaces touche 30 € par jour, plus 2 € par glace vendue.
- Voici, dans le désordre, les expressions de $f(x)$ pour ces trois situations. Associer chaque situation à son expression.
A) $f(x) = 2x + 3$
B) $f(x) = 2x + 30$
C) $f(x) = 25x + 40$

M19 Interpréter un graphique en contexte

Un réservoir contient déjà de l'eau lorsqu'on commence à le remplir à débit constant. Le graphique ci-dessous représente le volume $f(x)$ d'eau dans le réservoir, en litres, après x minutes de remplissage.



- Quel volume d'eau le réservoir contenait-il avant le début du remplissage ? Quel paramètre de la fonction f cela représente-t-il ?
- À quelle vitesse le réservoir se remplit-il, en litres par minute ? Quel paramètre de la fonction f cela représente-t-il ?

M20 Facture de téléphone

Un opérateur facture 15 € d'abonnement mensuel, plus 0,25 € par minute d'appel passée hors forfait. On note $f(x)$ le montant de la facture, en euros, pour x minutes d'appel hors forfait.

- Exprimer $f(x)$ en fonction de x .
- Un client a reçu une facture de 30,00 €. Combien de minutes d'appel hors forfait a-t-il passées ? Résoudre l'équation $0,25x + 15 = 30,00$.

M21 Croissance d'une plante

Un jardinier mesure chaque semaine la hauteur d'un plant de tomate, en centimètres.

Semaine x	0	1	2	3
Hauteur (cm)	15	18	21	24

- Montrer que ce tableau peut correspondre à une fonction affine, en comparant les accroissements successifs de la hauteur.
- Exprimer la hauteur $f(x)$, en cm, en fonction du nombre x de semaines.
- En supposant que la croissance reste constante, quelle hauteur atteindra le plant à la semaine 8 ?

M22 Location de salle des fêtes

Une salle des fêtes se loue 200 € pour la soirée, plus 30 € par heure au-delà de minuit. On note $f(x)$ le prix total, en euros, pour x heures passées après minuit.

- Exprimer $f(x)$ en fonction de x .
- Calculer $f(3)$.
- Un client a payé 470 € au total. Combien d'heures après minuit la fête a-t-elle duré ?
- Sans calcul, expliquer pourquoi f est une fonction croissante.

Problèmes

M23 Deux abonnements et intersection

Une salle de sport propose deux abonnements. L'abonnement A coûte 19 € d'inscription, plus 3 € par séance. L'abonnement B coûte 7 € d'inscription, plus 6 € par séance. On note $A(x)$ et $B(x)$ les prix payés, en euros, pour x séances.

- Exprimer $A(x)$ et $B(x)$ en fonction de x .
- Tracer, dans un même repère, les représentations graphiques de A et de B, pour x allant de 0 à 7.
- Par lecture graphique, puis par le calcul en résolvant $A(x) = B(x)$, déterminer le nombre de séances pour lequel les deux abonnements coûtent le même prix.
- Un élève hésite entre les deux abonnements car il pense faire environ 4 séances dans l'année. Que lui conseillez-vous ?

M24 Course en taxi

Un chauffeur de taxi facture 4 € de prise en charge, plus 3 € par kilomètre parcouru. On note $f(x)$ le prix d'une course, en euros, pour x kilomètres.

- Exprimer $f(x)$ en fonction de x .
- Un client parcourt 10 km. Combien paie-t-il ?
- Un autre client a payé 52 €. Quelle distance a-t-il parcourue ?
- Le client de la question précédente affirme qu'il aurait payé deux fois moins cher pour deux fois moins de kilomètres. A-t-il raison ? Justifier.

M25 Une cuve qui se vide

Une cuve contient 300 L d'eau. On l'ouvre pour la vidanger : elle se vide à raison de 25 L par minute. On note $f(x)$ le volume d'eau restant dans la cuve, en litres, après x minutes de vidange.

- Exprimer $f(x)$ en fonction de x . Quel est le signe de son coefficient directeur ? Qu'est-ce que cela signifie pour le volume d'eau au cours du temps ?
- Calculer $f(4)$, et interpréter ce résultat.
- Au bout de combien de temps la cuve est-elle complètement vide ? Résoudre l'équation $f(x) = 0$.

M26 Seuil de rentabilité, ouvert

Une piscine municipale propose deux formules. Sans abonnement, l'entrée coûte 10 € à chaque visite. Avec un abonnement annuel de 52 €, chaque entrée ne coûte plus que 3 €. À partir de combien de visites dans l'année l'abonnement devient-il plus avantageux qu'un paiement à l'unité ? Justifier précisément votre réponse, en expliquant la méthode choisie.

Exercices pluridisciplinaires

M27 Étalonnage d'un ressort

En physique, on étudie l'allongement d'un ressort en fonction de la masse accrochée à son extrémité. Un ressort a une longueur à vide de 11 cm. Chaque masse de 1 g accrochée l'allonge de 1 mm, proportionnellement à la masse accrochée. On note $f(x)$ la longueur du ressort, en cm, lorsqu'une masse de x grammes y est accrochée.

- Exprimer $f(x)$ en fonction de x (attention aux unités : 1 mm = 0,1 cm).
- Calculer $f(40)$.
- On mesure une longueur de 23 cm. Quelle masse a été accrochée au ressort ?

M28 Facture d'électricité

Un fournisseur d'électricité facture 150 € d'abonnement annuel, plus 0,2 € par kWh consommé. On note $f(x)$ le montant de la facture annuelle, en euros, pour x kWh consommés dans l'année.

- Exprimer $f(x)$ en fonction de x .
- Un foyer consomme 3000 kWh dans l'année. Calculer sa facture.
- Un autre foyer a payé 850,00 € sur l'année. Quelle a été sa consommation, en kWh ?
- Ce fournisseur est-il plus avantageux pour un très petit consommateur (par exemple 100 kWh dans l'année) ? Expliquer, en identifiant le rôle de l'abonnement fixe dans la facture.

Puissances, notation scientifique et ordres de grandeur

N1 Calculer une puissance

- a. Écrire 5^3 comme un produit de facteurs tous égaux, puis calculer sa valeur.

N2 Produit répété et puissance

- a. Écrire $5 \times 5 \times 5$ sous la forme d'une puissance.
b. Écrire 6^2 sous la forme d'un produit de facteurs tous égaux (sans le calculer).

N3 Puissance d'exposant négatif

On rappelle que, pour tout nombre a non nul et tout entier n , $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$.

- a. Écrire 5^{-3} sous la forme d'une fraction, sans exposant négatif.
b. En déduire l'écriture décimale de 5^{-3} .

N4 Puissances de nombres relatifs

- a. Calculer $(-4)^2$.
b. Calculer $(-4)^5$.
c. Sans calculer, quel est le signe de $(-7)^{10}$? de $(-7)^{11}$? Justifier.

N5 Comparer des puissances

- a. Ranger les puissances suivantes dans l'ordre croissant, sans les calculer : 3^6 , 3^5 , 3^2 , 3^3 .
b. Vérifier en calculant chacune de ces puissances.

N6 Puissances, vrai ou faux

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse, et justifier.

- a. $(-5)^2$ et 5^2 sont égaux.
b. $(-2)^3$ est un nombre négatif.
c. $2^0 = 0$.
d. $3^{-2} = \frac{1}{9}$.

N7 Produit de puissances

On rappelle que, pour tout nombre a non nul et tous entiers m et n , $a^m \times a^n = a^{m+n}$.

- a. Écrire $10^3 \times 10^6$ sous la forme d'une seule puissance de 10.

N8 Quotient de puissances

On rappelle que, pour tout nombre a non nul et tous entiers m et n , $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$.

- a. Écrire $\frac{3^3}{3^2}$ sous la forme d'une seule puissance de 3.

N9 Puissance d'une puissance

On rappelle que, pour tout nombre a non nul et tous entiers m et n , $(a^m)^n = a^{m \times n}$.

- a. Écrire $(3^2)^3$ sous la forme d'une seule puissance de 3.

N10 Simplifier une expression

- a. Écrire $\frac{2^4 \times 2^4}{2^3}$ sous la forme d'une seule puissance de 2.

N11 Puissances de 10

- a. Écrire 10^4 en écriture décimale.
b. Écrire 10^{-5} en écriture décimale.

N12 Multiplier par une puissance de 10

- a. Calculer $12,5 \times 10^4$.
b. Calculer $12,5 \times 10^{-4}$.

N13 Convertir avec un préfixe

Le préfixe « giga » (symbole G) correspond au facteur 10^9 .

- a. Combien de secondes (unité de base, sans préfixe) y a-t-il dans 1 Gs (un giga seconde) ? Répondre sous la forme d'une puissance de 10.
b. Écrire 7 Gs en écriture scientifique, en secondes (unité de base, sans préfixe).

N14 Associer préfixe et puissance

Associer chaque préfixe à la puissance de 10 qui lui correspond.

- a. Voici quatre préfixes. 1) giga (G)
2) micro (μ)
3) kilo (k)
4) méga (M)
b. Voici, dans le désordre, quatre puissances de 10. A) 10^3
B) 10^{-6}
C) 10^9
D) 10^6

N15 Vitesse de la lumière

Dans le vide, la lumière se déplace à une vitesse d'environ 3×10^8 m/s (mètres par seconde).

- a. Sachant que $1 \mu\text{s}$ (microseconde) = 10^{-6} s, exprimer 6 μs en secondes, sous la forme d'une puissance de 10.
b. En déduire la distance parcourue par la lumière en 6 μs , en mètres.

N16 Écrire en notation scientifique

- a. Écrire 15000 en notation scientifique.

N17 De la notation scientifique au décimal

- a. Écrire $2,3 \times 10^{-6}$ en écriture décimale.

N18 Reconnaître la notation scientifique

Pour chacune des écritures suivantes, dire si elle correspond à la notation scientifique du nombre qu'elle représente. Si ce n'est pas le cas, écrire la notation scientifique correcte.

- a. $0,7 \times 10^9$
b. 25×10^3
c. 1×10^6
d. $0,1 \times 10^8$

N19 Comparer en notation scientifique

- a. Comparer $2,3 \times 10^5$ et $4,7 \times 10^6$, sans les calculer.

N20 Déterminer un ordre de grandeur

- a. Déterminer l'ordre de grandeur de $4,7 \times 10^5$.

N21 Produit en notation scientifique

a. Calculer $(2,5 \times 10^7) \times (5 \times 10^4)$, et donner le résultat en notation scientifique.

N22 Synthèse, taille d'une bactérie

Une bactérie mesure environ $5 \mu\text{m}$ (micromètre).

- Écrire cette taille en mètres, en notation scientifique.
- Combien de bactéries alignées bout à bout faudrait-il pour atteindre une longueur de 2 cm ?

Problèmes**N23 Stockage informatique**

En informatique, $1 \text{ Go (gigaoctet)} = 10^3 \text{ Mo (mégaoctets)}$, et $1 \text{ To (téraoctet)} = 10^3 \text{ Go}$.

- Une carte mémoire de 64 Go est utilisée pour stocker des photos de 5 Mo chacune. Combien de photos peut-elle contenir au maximum ?
- Un disque dur de 1 To est utilisé pour stocker des films de 4 Go chacun. Combien de films peut-il contenir au maximum ?

N24 Distances astronomiques

Une année-lumière est la distance parcourue par la lumière en une année, soit environ $9,5 \times 10^{15} \text{ m}$.

- Une étoile est située à 8 années-lumière de la Terre. Calculer, en notation scientifique, la distance correspondante en mètres.
- Sachant que la distance Terre-Soleil est d'environ $1,5 \times 10^{11} \text{ m}$, combien de fois cette distance Terre-Soleil est-elle contenue, environ, dans la distance calculée à la question précédente ?

N25 Échelle du vivant

Voici les tailles approximatives de quelques objets, en mètres, en notation scientifique : une bactérie mesure environ $2 \times 10^{-6} \text{ m}$, et une cellule humaine mesure environ $1 \times 10^{-5} \text{ m}$.

- Sans calculer précisément, déterminer laquelle de ces deux tailles est la plus grande, et justifier.
- En ne comparant que les ordres de grandeur (les puissances de 10), environ combien de fois une cellule humaine est-elle plus grande qu'une bactérie (ou l'inverse) ?

N26 Gouttes dans une piscine, ouvert

Une piscine mesure 10 m de long, 4 m de large et 1 m de profondeur. Estimer, en notation scientifique, le nombre de gouttes d'eau qu'elle contient. Vous détaillerez votre démarche et les hypothèses choisies (par exemple, le nombre de gouttes contenues dans 1 mL d'eau), en donnant le résultat sous la forme d'un ordre de grandeur.

Exercices pluridisciplinaires**N27 L'échelle de l'Univers**

En physique, la taille d'un atome est d'environ $2 \times 10^{-10} \text{ m}$, un être humain mesure environ $1,7 \times 10^0 \text{ m}$, et la taille de l'Univers observable est estimée à environ $8 \times 10^{26} \text{ m}$.

- Quel est l'écart, en nombre de puissances de 10, entre la taille d'un être humain et celle d'un atome ?
- Quel est l'écart, en nombre de puissances de 10, entre la taille de l'Univers observable et celle d'un être humain ?
- Comparer ces deux écarts. Que peut-on en conclure ?

N28 Les cellules du corps humain

En SVT, on estime la masse moyenne d'une cellule humaine à environ $1 \times 10^{-9} \text{ g}$ (soit 1 nanogramme). Une personne a une masse de 50 kg.

- Sachant que $1 \text{ kg} = 10^3 \text{ g}$, exprimer la masse de cette personne en grammes, en notation scientifique.
- En admettant que le corps est entièrement constitué de cellules, estimer le nombre de cellules de cette personne, en notation scientifique.

Grandeurs composées, volumes et conversions d'unités

O1 Volume d'un pavé droit

Un pavé droit mesure 10 cm de longueur, 9 cm de largeur et 3 cm de hauteur.

- a. Calculer le volume de ce pavé droit.

O2 Volume d'un cylindre

Un cylindre a un rayon de base de 5 cm et une hauteur de 4 cm.

- a. Calculer le volume de ce cylindre (arrondi au centième).

O3 Volume d'une pyramide et d'un cône

- a. Une pyramide a une base carrée de 7 cm de côté, et une hauteur de 9 cm. Calculer son volume.
b. Un cône a un rayon de base de 3 cm et une hauteur de 5 cm. Calculer son volume (arrondi au centième).

O4 Volume de la boule

Le volume d'une boule de rayon r est donné par la formule $V = \frac{4}{3} \times \pi \times r^3$.

- a. Calculer, arrondi au centième, le volume d'une boule de rayon 2 cm.

O5 Volume d'une demi-boule

Un bol a la forme d'une demi-boule de 8 cm de diamètre.

- a. Quel est le rayon de cette demi-boule ?
b. Calculer, arrondi au centième, le volume de ce bol.

O6 Associer solide et formule

Associer chaque solide à la formule qui donne son volume.

- a. Voici quatre solides. 1) un cône de rayon r et de hauteur h
2) un cylindre de rayon r et de hauteur h
3) un pavé droit de dimensions L , l , h
4) un cube d'arête a
b. Voici, dans le désordre, quatre formules. A) $V = a^3$
B) $V = \pi \times r^2 \times h$
C) $V = \frac{1}{3} \times \pi \times r^2 \times h$
D) $V = L \times l \times h$

O7 Le silo à grains

Un silo à grains a la forme d'un cylindre de rayon 4 m et de hauteur 7 m, surmonté d'une demi-boule de même rayon.

- a. Calculer le volume de la partie cylindrique du silo (arrondi au centième).
b. Calculer le volume de la demi-boule qui surmonte le silo (arrondi au centième).
c. En déduire le volume total du silo.

O8 Un bloc percé

Un bloc de béton a la forme d'un pavé droit de 16 cm de longueur, 10 cm de largeur et 5 cm de hauteur. On y perce, de part en part sur toute la hauteur, un trou cylindrique de rayon 3 cm.

- a. Calculer le volume du pavé droit avant perçage.
b. Calculer le volume du trou cylindrique retiré (arrondi au centième).
c. En déduire le volume de béton restant dans le bloc.

O9 Une toupie

Une toupie en bois est constituée d'un cylindre de rayon 2 cm et de hauteur 4 cm, surmontant un cône de même rayon et de hauteur 5 cm (pointe vers le bas).

- a. Calculer le volume de la partie cylindrique (arrondi au centième).
b. Calculer le volume de la partie conique (arrondi au centième).
c. En déduire le volume total de la toupie.

O10 Une maisonnette

Une maquette de maisonnette est constituée d'un pavé droit de 7 cm de longueur, 4 cm de largeur et 7 cm de hauteur (les murs), surmonté d'une pyramide de même base et de hauteur 3 cm (le toit).

- a. Calculer le volume du pavé droit (les murs).
b. Calculer le volume de la pyramide (le toit).
c. En déduire le volume total de la maisonnette.

O11 Calculer une vitesse

Une voiture parcourt 270 km en 3 h, à vitesse constante.

- a. Calculer la vitesse de cette voiture, en km/h, à l'aide de la formule $v = \frac{d}{t}$.

O12 Calculer un débit

Un robinet remplit un récipient de 30 L en 2 min, à débit constant.

- a. Calculer le débit de ce robinet, en L/min, à l'aide de la formule $D = \frac{V}{t}$.

O13 Calculer une concentration

On dissout 20 g de sel dans 1 L d'eau, pour obtenir une solution homogène.

- a. Calculer la concentration massique de cette solution, en g/L, à l'aide de la formule $c = \frac{m}{V}$.

O14 Identifier une matière

Voici les masses volumiques de quelques métaux, en g/cm³ : aluminium 2,7 ; fer 7,8 ; plomb 11,3 ; or 19,3.

Un objet métallique a un volume de 20 cm³, pour une masse de 54 g.

- a. Calculer la masse volumique de cet objet, à l'aide de la formule $\rho = \frac{m}{V}$.
b. En quel métal cet objet est-il probablement fabriqué ?

O15 Calculer un temps de trajet

Un train roule à une vitesse constante de 60 km/h. Il parcourt une distance de 240 km.

- a. En utilisant la formule $v = \frac{d}{t}$, retrouver la durée du trajet, en heures.

O16 Grandeurs composées, vrai ou faux

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse, et justifier.

- a. Pour convertir une vitesse de km/h en m/s, il suffit de la multiplier par 10.
 b. Si un objet a une masse volumique plus grande que celle de l'eau, il coule dans l'eau.
 c. Une concentration se calcule en g/L ou en g/cm³, entre autres unités possibles.
 d. Le débit d'un robinet se calcule en divisant le temps d'écoulement par le volume écoulé.

O17 Convertir des unités de volume

On rappelle que 1 m³ = 10⁶ cm³ (car 1 m = 100 cm, et 100³ = 10⁶), et 1 m³ = 10³ dm³.

- a. Convertir 5 m³ en cm³.
 b. Convertir 5 m³ en dm³.

O18 Volume et capacité

On rappelle que 1 L = 1 dm³. Un aquarium a la forme d'un pavé droit de 3 dm de longueur, 2 dm de largeur et 2 dm de hauteur.

- a. Calculer le volume de cet aquarium, en dm³.
 b. En déduire la capacité de cet aquarium, c'est-à-dire le volume d'eau qu'il peut contenir, en litres.

O19 Conversions combinées, volume et capacité

On rappelle que 1 cm³ = 1 mL, et que 1 L = 1000 mL. Une bouteille contient 750 cm³ d'eau.

- a. Exprimer ce volume en millilitres (mL).
 b. Exprimer ce volume en litres (L).

O20 Convertir une vitesse

On rappelle que 1 km/h = 1000/3600 m/s, soit 1/3,6 m/s : pour convertir une vitesse de km/h en m/s, on divise donc par 3,6.

- a. Convertir 72 km/h en m/s.

O21 Convertir un débit

Un débit de 5 L/min signifie qu'en une minute, 5 L s'écoulent. On rappelle que 1 h = 60 min.

- a. Convertir ce débit de 5 L/min en L/h.

O22 Convertir une masse volumique

On admet que 1 g/cm³ = 1000 kg/m³ (car 1 kg = 1000 g et 1 m³ = 10⁶ cm³, donc convertir de g/cm³ en kg/m³ revient à multiplier par 10⁶/1000 = 1000).

- a. Convertir une masse volumique de 11,3 g/cm³ en kg/m³.

Problèmes**O23 Remplir une piscine**

Une piscine a la forme d'un pavé droit de 10 m de longueur, 4 m de largeur et 1 m de profondeur. On la remplit avec un tuyau dont le débit est de 1000 L/h.

- a. Calculer le volume de la piscine, en m³, puis en litres.
 b. Calculer la durée nécessaire pour remplir complètement la piscine, à l'aide de la formule $D = \frac{V}{v}$.

O24 Un trajet routier

Un automobiliste roule 1 h sur autoroute, à une vitesse constante de 130 km/h, puis 1 h sur route nationale, à une vitesse constante de 70 km/h.

- a. Calculer la distance parcourue sur autoroute, puis sur route nationale.
 b. En déduire la distance totale parcourue, et la durée totale du trajet.
 c. Calculer la vitesse moyenne de l'automobiliste sur l'ensemble du trajet (arrondie au centième).

O25 Une pièce métallique

Une pièce métallique cylindrique a un rayon de 2 cm et une hauteur de 6 cm. Elle est fabriquée dans un métal de masse volumique 2,7 g/cm³.

- a. Calculer le volume de cette pièce (arrondi au centième).
 b. En déduire la masse de cette pièce en grammes (arrondie au dixième), à l'aide de la formule $\rho = \frac{m}{V}$.
 c. Exprimer cette masse en kilogrammes.

O26 Vidanger une citerne, ouvert

Une citerne a la forme d'un cylindre couché, de rayon 2 m et de longueur 4 m. Elle est entièrement pleine de fioul, et on la vide avec une pompe dont le débit est de 100 L/min. Combien de temps faut-il pour vidanger complètement la citerne ? Vous détaillerez votre démarche, en précisant les formules utilisées et les conversions d'unités nécessaires.

Exercices pluridisciplinaires**O27 Flotte ou coule**

En physique, un objet plongé dans l'eau flotte si sa masse volumique est inférieure à celle de l'eau (1 g/cm³), et coule si elle est supérieure. Un objet en glace a un volume de 10 cm³, pour une masse de 9,2 g.

- a. Calculer la masse volumique de cet objet, à l'aide de la formule $\rho = \frac{m}{V}$.
 b. Cet objet flotte-t-il ou coule-t-il dans l'eau ? Justifier.

O28 Allure et vitesse moyenne

En course à pied, l'allure est le temps mis pour parcourir 1 km : une allure de 5 min/km signifie qu'un coureur met 5 minutes pour chaque kilomètre parcouru. Une coureuse termine une course de 5 km à une allure constante de 6 min/km.

- a. Calculer le temps total mis par la coureuse, en minutes.
 b. En déduire sa vitesse moyenne, en km/h (on rappelle que $v = \frac{d}{t}$, avec t en heures).

Espace : solides, sections planes et repérage sur la sphère

P1 Compter faces, arêtes et sommets

a. Pour un prisme droit à base triangulaire, indiquer le nombre de faces, le nombre d'arêtes et le nombre de sommets.

P2 Le patron d'un cylindre

Le patron d'un cylindre est constitué d'un rectangle (la surface latérale) et de deux disques (les deux bases). Ce cylindre a un rayon de base de 4 cm et une hauteur de 9 cm.

- Quelle est la hauteur du rectangle du patron ?
- Quelle est la largeur du rectangle du patron ? (Elle correspond au périmètre d'un disque de base. Arrondir au centième.)
- Quel est le rayon des deux disques du patron ?

P3 Associer solide et description

Associer chaque solide à sa description.

- Voici quatre solides. 1) une boule
2) un cylindre
3) un cône
4) une pyramide à base carrée
- Voici, dans le désordre, leurs descriptions. A) 5 sommets, 8 arêtes, 5 faces planes (1 carrée et 4 triangulaires)
B) 0 sommet, 2 faces planes circulaires identiques, 1 face latérale courbe
C) 1 sommet, 1 face plane circulaire, 1 face latérale courbe
D) aucun sommet, aucune arête, une unique surface courbe

P4 Vues de face et de dessus

- On observe un cône posé sur sa base. Décrire la forme de sa vue de face.
- Décrire la forme de sa vue de dessus.

P5 Les règles de la perspective cavalière

Pour chacune des affirmations suivantes sur la perspective cavalière, dire si elle est vraie ou fausse, et justifier.

- En perspective cavalière, les angles droits de la face avant du solide sont représentés par des angles droits sur le dessin.
- En perspective cavalière, deux arêtes parallèles dans la réalité restent parallèles sur le dessin.
- En perspective cavalière, toutes les longueurs sont représentées à la même échelle.
- En perspective cavalière, un angle droit représenté entre une arête de face et une arête fuyante correspond toujours à un angle droit dans la réalité.

P6 Reconnaître un solide à partir de son patron

- Un patron est constitué de six carrés identiques. Quel solide ce patron permet-il de construire ?

P7 Section d'un pavé droit

Un pavé droit mesure 11 cm de longueur, 7 cm de largeur et 3 cm de hauteur. On le coupe par un plan horizontal, parallèle à sa base.

- Quelle est la forme de la section obtenue ?
- Quelles sont les dimensions de cette section ?

P8 Section d'un cylindre

Un cylindre a un rayon de base de 3 cm et une hauteur de 8 cm.

- On coupe ce cylindre par un plan parallèle à sa base. Quelle est la forme et les dimensions de la section obtenue ?
- On coupe maintenant ce cylindre par un plan parallèle à son axe, passant par cet axe. Quelle est la forme de la section obtenue ? Quelles sont ses dimensions ?

P9 Section d'une pyramide

Une pyramide a une base carrée de 8 cm de côté, et une hauteur de 9 cm. On la coupe par un plan parallèle à la base, situé à 5 cm du sommet.

- Quelle est la forme de la section obtenue ?
- Cette section est une réduction de la base, de rapport $k = \frac{\text{distance au sommet}}{\text{hauteur totale}}$. Calculer ce rapport, puis en déduire la longueur du côté de la section (arrondie au centième).

P10 Section d'un cône

Un cône a un rayon de base de 10 cm, et une hauteur de 12 cm. On le coupe par un plan parallèle à la base, situé à 6 cm du sommet.

- Quelle est la forme de la section obtenue ?
- Calculer le rapport de réduction $k = \frac{\text{distance au sommet}}{\text{hauteur totale}}$, puis en déduire le rayon de la section (arrondi au centième).

P11 Section d'une sphère

Une sphère de centre O et de rayon 10 cm est coupée par un plan situé à 8 cm du centre O. La section obtenue est un cercle de centre H (le point du plan le plus proche de O) et de rayon r. Le triangle OHM, où M est un point du cercle de section, est rectangle en H.

- Faire un schéma à main levée de la situation, et écrire l'égalité donnée par le théorème de Pythagore dans le triangle OHM.
- Calculer le rayon r de la section.

P12 Sections planes, vrai ou faux

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse, et justifier.

- La section d'une sphère par un plan passant par son centre est le plus grand cercle possible sur cette sphère.
- La section d'un cylindre par un plan parallèle à sa base est un rectangle.
- La section d'une pyramide à base carrée par un plan parallèle à la base est toujours un carré.
- La section d'un cône par un plan parallèle à sa base est un cercle de même rayon que la base, quelle que soit la position du plan.

P13 Associer solide et forme de section

On coupe chacun de ces solides par un plan parallèle à sa base. Associer chaque solide à la forme de la section obtenue.

- a. Voici quatre solides. 1) un cône
2) un pavé droit
3) un cylindre
4) une pyramide à base triangulaire
b. Voici, dans le désordre, les formes obtenues. A) un cercle (une réduction du cercle de base)
B) un triangle (une réduction de la base)
C) un cercle
D) un rectangle

P14 Vocabulaire de la sphère

Associer chaque mot de vocabulaire à sa définition.

- a. Voici quatre mots. 1) un parallèle
2) l'équateur
3) la latitude
4) la longitude
b. Voici, dans le désordre, leurs définitions. A) l'angle qui mesure la position d'un point à l'est ou à l'ouest d'un méridien de référence
B) un cercle parallèle à l'équateur (mais qui n'est un grand cercle que si c'est l'équateur lui-même)
C) le grand cercle qui sépare la sphère en un hémisphère nord et un hémisphère sud
D) l'angle qui mesure la position d'un point au nord ou au sud de l'équateur

P15 Lire des coordonnées géographiques

La ville de Sydney se situe approximativement par 34° S , 151° E .

- a. Cette ville se trouve-t-elle dans l'hémisphère nord ou dans l'hémisphère sud ? Justifier à l'aide de la latitude donnée.
b. Cette ville se trouve-t-elle à l'est ou à l'ouest du méridien de référence (méridien de Greenwich) ? Justifier à l'aide de la longitude donnée.

P16 Reconnaître un grand cercle

Sur le globe terrestre, on trace l'équateur, ainsi que le parallèle situé à 50° de latitude.

- a. Rappeler la définition d'un grand cercle sur une sphère.
b. Lequel de ces deux cercles (l'équateur ou le parallèle à 50°) est un grand cercle ? Justifier.
c. Le parallèle à 50° a-t-il un rayon plus grand, plus petit, ou égal à celui de l'équateur ? Justifier.

P17 Distance sur un méridien

On assimile la Terre à une sphère de rayon 6400 km. Deux villes A et B sont situées sur le même méridien (un grand cercle), l'une par 30° de latitude, l'autre par 60° de latitude.

- a. Calculer la circonférence du méridien (arrondie au kilomètre près).
b. Quel est l'écart de latitude entre les deux villes ? Cet écart représente quelle proportion des 360° du méridien ?
c. En déduire la distance entre les deux villes le long du méridien, arrondie au kilomètre près.

P18 Repérage sur la sphère, vrai ou faux

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse, et justifier.

- a. Deux villes situées sur le même méridien ont nécessairement la même longitude.
b. Tous les parallèles sont des grands cercles.
c. Tous les méridiens sont des grands cercles.
d. La latitude d'un point situé sur l'équateur est de 0° .

P19 Aire d'une section de pavé

Un pavé droit mesure 14 cm de longueur, 8 cm de largeur et 7 cm de hauteur. On le coupe par un plan vertical, parallèle à la face de largeur 8 cm et de hauteur 7 cm.

- a. Quelle est la forme de la section obtenue, et quelles sont ses dimensions ?
b. Calculer l'aire de cette section.

P20 Aire d'une section de cylindre

Un cylindre a un rayon de base de 3 cm. On le coupe par un plan parallèle à sa base.

- a. Quelle est la forme et le rayon de la section obtenue ?
b. Calculer l'aire de cette section, arrondie au centième.

P21 Aire d'une section de sphère

Une sphère de centre O et de rayon 17 cm est coupée par un plan situé à 15 cm du centre O.

- a. Calculer le rayon r de la section obtenue (à l'aide du théorème de Pythagore).
b. Calculer l'aire de cette section.

P22 Comparer l'aire d'une section et de la base

Un cône a un rayon de base de 10 cm. On le coupe par un plan parallèle à la base, ce qui donne une section de rapport de réduction $k = \frac{1}{2}$ par rapport à la base.

- a. Calculer le rayon de la section, puis l'aire de la base et l'aire de la section (arrondies au centième).
b. Calculer le rapport (aire de la section) / (aire de la base). Que remarque-t-on, en le comparant à k^2 ?

Problèmes

P23 Un réservoir sphérique

Un réservoir a la forme d'une sphère de centre O et de rayon 10 m. Il contient de l'eau ; la surface de l'eau, plane et horizontale, se situe à 8 m du centre O.

- a. Calculer le rayon de la surface de l'eau (cette surface est une section circulaire du réservoir), à l'aide du théorème de Pythagore.
b. Calculer l'aire de la surface de l'eau (arrondie au centième).

P24 Un verre tronconique

Un verre a la forme d'un cône tronqué : on part d'un cône complet de rayon de base 4 cm et de hauteur 15 cm, et on retire sa pointe, en coupant par un plan parallèle à la base, situé à 5 cm du sommet.

- Calculer le rapport de réduction de la pointe retirée par rapport au cône complet, puis en déduire son rayon de base.
- Calculer le volume du cône complet, puis celui de la pointe retirée (arrondis au centième).
- En déduire le volume du verre (la partie restante).

P25 Un itinéraire en grand cercle

Deux villes A et B sont situées sur le même parallèle, à l'équateur (qui est un grand cercle). Elles ont un écart de longitude de 90° . On assimile la Terre à une sphère de rayon 6400 km. Un avion relie A à B en suivant l'équateur, à une vitesse moyenne de 900 km/h.

- Calculer la circonférence de l'équateur (arrondie au kilomètre près).
- Calculer la distance parcourue par l'avion entre A et B (arrondie au kilomètre près).
- Calculer la durée du vol (arrondie au centième d'heure).

P26 La section d'un solide, ouvert

Un solide est constitué d'un pavé droit à base carrée de 8 cm de côté et de 6 cm de hauteur, surmonté d'une pyramide de même base et de 6 cm de hauteur (comme le toit d'une maison). On coupe ce solide par un plan horizontal, situé à 4 cm au-dessus de la base. Décrire précisément la forme et les dimensions de la section obtenue, en justifiant votre réponse.

Exercices pluridisciplinaires

P27 Les fuseaux horaires

La Terre effectue un tour complet sur elle-même (360°) en 24 h. Deux villes A et B ont un écart de longitude de 75° .

- Combien de degrés de longitude la Terre parcourt-elle en une heure ?
- En déduire le décalage horaire entre les villes A et B, en heures.

P28 Around the world flight

An airplane flies all the way around the Earth, following the equator, at an average speed of 900 km/h. We assume the Earth is a sphere of radius 6400 km.

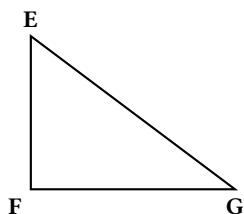
- Calculate the length of the equator (round to the nearest km).
- Calculate how long the flight would take, in hours (round to one decimal place).

Vers le brevet : Pythagore et trigonométrie

Q1 Un triangle est-il rectangle ?

DNB Amérique du Sud, 16 novembre 2023 — extrait

On considère le triangle EFG ci-dessous, dans lequel $EF = 18$ cm, $FG = 24$ cm et $EG = 30$ cm. La figure n'est pas en vraie grandeur.

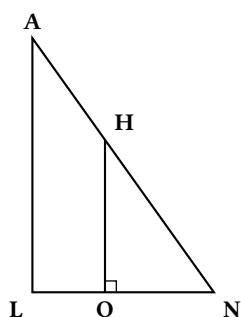


1. Montrer que le triangle EFG est rectangle en F.
2. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{EGF}$. Donner l'arrondi au degré près.

Q2 Le triangle LNA

DNB Amérique du Nord, 31 mai 2023 — extrait

Sur la figure ci-dessous, $AN = 13$ cm, $LN = 5$ cm, $AL = 12$ cm et $ON = 3$ cm. Le point O appartient au segment $[LN]$ et le point H au segment $[NA]$.

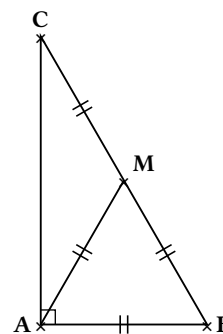


1. Montrer que le triangle LNA est rectangle en L.
2. Montrer que la longueur OH est égale à 7,2 cm.
3. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{LNA}$. Donner une valeur approchée à l'unité près.
4. a. Quelle est l'aire du quadrilatère LOHA ?
b. Quelle proportion de l'aire du triangle LNA représente l'aire du quadrilatère LOHA ?

Q3 Triangle rectangle et milieu de l'hypoténuse

Sujet de référence A, DNB 2027 — extrait

Dans la figure ci-dessous, ABC est un triangle rectangle en A tel que $AB = 4$. M est le milieu du segment $[BC]$.

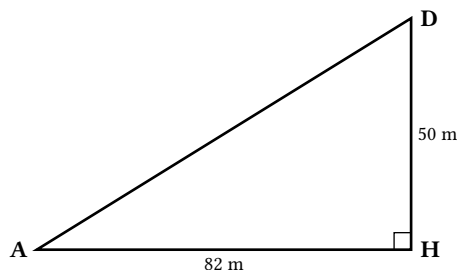


1. Déterminer la longueur AC.
2. a. Énoncer la définition de la hauteur issue du point A dans le triangle ABM.
b. On appelle H le pied de la hauteur issue de A dans le triangle ABM. Déterminer la longueur HB, puis la longueur CH.

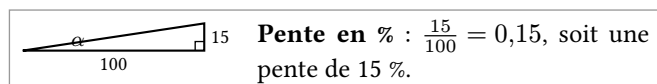
Q4 Une piste de ski de vitesse

Brevet blanc, 30 mars 2026

Une piste de ski de vitesse est modélisée par la figure ci-dessous, qui n'est pas à l'échelle. Le point D représente le point de départ du skieur et le point A le point d'arrivée. On cherche à déterminer l'angle $\widehat{DAH}$.



1. Calculer la longueur AD. Exprimer le résultat en mètre, arrondi à l'unité.
2. En s'aidant du document ci-dessous, vérifier que la pente de cette piste est environ égale à 61 %. Justifier la réponse.



3. Le tableau ci-dessous donne la correspondance entre la pente en % et l'angle α .

Pente	Angle α	Pente	Angle α
5 %	2,9°	40 %	21,8°
10 %	5,7°	45 %	24,2°
15 %	8,5°	50 %	26,6°
20 %	11,3°	55 %	28,8°
25 %	14,0°	60 %	31,0°
30 %	16,7°	65 %	33,0°
35 %	19,3°	70 %	35,0°
		75 %	36,9°

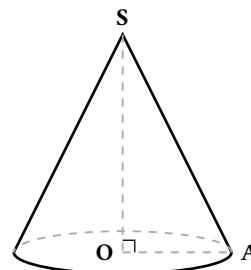
Par lecture du tableau, déterminer un encadrement le plus précis possible de l'angle $\widehat{DAH}$ en degré.

4. (Question ajoutée) À l'aide de la trigonométrie, calculer la mesure de l'angle $\widehat{DAH}$, arrondie au dixième de degré. Ce résultat est-il cohérent avec la question précédente ?

Q5 Une bougie conique

Brevet blanc, 30 mars 2026

Une bougie peut être modélisée par un cône, comme représenté ci-dessous (la figure n'est pas aux dimensions réelles). Le rayon OA de sa base est égal à 5 cm, le segment [SA] mesure 13 cm et la hauteur [SO] de la bougie mesure 12 cm.



1. Calculer le volume de cire nécessaire à la fabrication de cette bougie. On donnera la valeur arrondie au dixième de cm^3 .

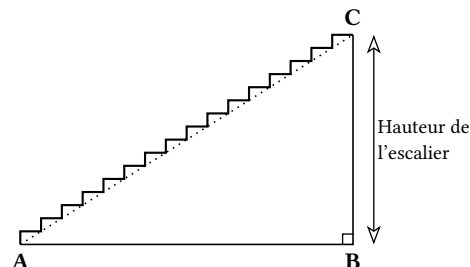
Rappel : volume du cône = $\pi \times \text{rayon}^2 \times \text{hauteur} \div 3$.

2. En utilisant une relation trigonométrique dans le triangle ASO, déterminer une mesure de l'angle $\widehat{ASO}$ arrondie au degré près.

Q6 Un escalier en bois

DNB Métropole, 26 juin 2023 — extrait

On veut fabriquer un escalier en bois de hauteur 272 cm. La figure ci-dessous représente une vue de profil de cet escalier. La hauteur d'une marche est de 17 cm. La profondeur d'une marche pour poser le pied mesure 27 cm.

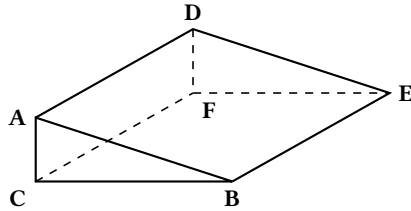


1. a. Montrer qu'il faut prévoir 16 marches pour construire cet escalier.
b. Montrer que la longueur AB est égale à 432 cm.
2. Pour permettre une montée agréable, l'angle $\widehat{BAC}$ doit être compris entre 25° et 40° .
a. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$, arrondie au degré près.
b. L'escalier permet-il une montée agréable ?

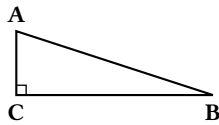
Q7 Une rampe d'accès en béton

DNB Polynésie, 11 septembre 2023

Les propriétaires d'une maison souhaitent créer une rampe d'accès à leur terrasse. Cette rampe devra avoir la forme d'un prisme droit à base triangulaire, représenté ci-dessous en perspective cavalière, puis en vue de face. Les figures ne sont pas à l'échelle.



Vue de face :



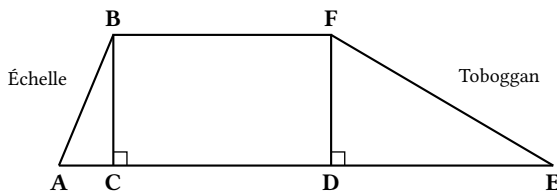
On donne : la hauteur $[AC]$ de la rampe mesure 30 cm ; $AB = 124$ cm ; la longueur BE de la rampe mesure 9 m ; l'angle $\widehat{ACB}$ est un angle droit.

- Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$ que doit faire la rampe avec le sol du jardin. On arrondira au degré près.
- Montrer que la longueur BC doit être environ égale à 120 cm.
- Pour réaliser cette rampe, les propriétaires envisagent de se faire livrer 2 m^3 de béton. Ce volume est-il suffisant ?
- En utilisant le volume de 2 m^3 de béton, sans modifier les longueurs AC et BE de la rampe, quelle serait la valeur de BC ? On arrondira au centimètre près.

Q8 Le toboggan de la cabane

DNB Centres étrangers, 14 juin 2023 — extrait

Une famille souhaite installer dans son jardin une cabane. La partie inférieure de cette cabane est modélisée par le rectangle $BCDF$:



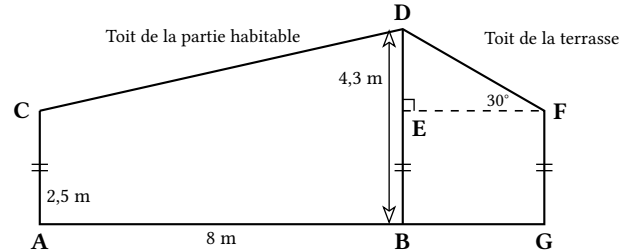
On précise que $AB = 1,3 \text{ m}$; $AC = 0,5 \text{ m}$; $BC = DF = 1,2 \text{ m}$; $DE = 2,04 \text{ m}$, et que les triangles ABC et FDE sont rectangles.

- Pour que le toboggan soit sécurisé, il faut que l'angle $\widehat{DEF}$ mesure 30° , au degré près. Le toboggan de cette cabane est-il sécurisé ?
- Montrer que la rampe du toboggan, EF , mesure environ $2,37 \text{ m}$.

Q9 Isoler une toiture

DNB Nouvelle-Calédonie, 7 décembre 2023

Matthieu souhaite isoler la toiture de sa maison : de la laine de roche pour le toit de la terrasse, de la ouate de cellulose pour le toit de la partie habitable. Il a noté sur un plan de sa maison (vue de profil, qui n'est pas à l'échelle) toutes les mesures qu'il connaît :

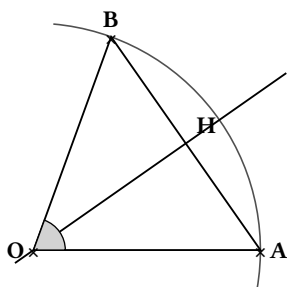


On donne $AC = 2,5 \text{ m}$, $AB = 8 \text{ m}$, $BD = 4,3 \text{ m}$ et $\widehat{EFD} = 30^\circ$. Les points D, E, B ainsi que les points A, B, G sont alignés.

- Justifier que $DE = 1,8 \text{ m}$.
- Montrer que la longueur DF du toit de la terrasse est égale à $3,6 \text{ m}$. Rédiger la réponse en faisant apparaître les différentes étapes.
- Le toit de la terrasse est un rectangle de longueur 12 m et de largeur $3,6 \text{ m}$; un rouleau de laine de roche couvre 6 m^2 . Déterminer le nombre de rouleaux de laine de roche que Matthieu doit acheter.
- Montrer que la longueur CD du toit de la partie habitable est égale à $8,2 \text{ m}$. Rédiger la réponse en faisant apparaître les différentes étapes.
- Le toit de la partie habitable est un rectangle de longueur 12 m et de largeur $8,2 \text{ m}$. Matthieu souhaite installer de la ouate de cellulose sur une épaisseur de 10 cm ; la densité de la ouate de cellulose est de 40 kg/m^3 . Déterminer la masse, en kg, de ouate de cellulose qu'il doit acheter.

Q10 Cercle, médiatrice et trigonométrie*Sujet de référence B, DNB 2027*

Soit A et O deux points tels que $OA = 5$ cm. On trace le cercle de centre O et de rayon OA .



1. Soit un point B sur le cercle tel que l'angle $\widehat{AOB}$ mesure 70° . Quelle est la nature du triangle AOB ?
2. On trace la médiatrice du segment $[AB]$; elle coupe le segment $[AB]$ en H . Justifier que la médiatrice du segment $[AB]$ passe par le point O et que la mesure de l'angle $\widehat{HOB}$ est égale à 35° .
3. En déduire que la valeur arrondie au dixième de la longueur OH est égale à 4,1 cm.
4. **a.** Calculer la longueur HB en cm arrondie au millimètre.
b. En déduire la valeur arrondie au dixième de la longueur AB .
5. Déterminer l'aire du triangle OAB .