

Mathématiques

Classe de 5^e

Cahier d'exercices

Année scolaire 2026-2027

Programme de cycle 4 (2026)

Sommaire

Chapitre 01	Enchainements d'opérations	3
Chapitre 02	Repérage sur une droite et dans le plan	7
Chapitre 03	Nombres relatifs : découverte et comparaison	11
Chapitre 04	Angles et parallélisme	15
Chapitre 05	Statistiques	20
Chapitre 06	Addition et soustraction de nombres relatifs	25
Chapitre 07	Triangles	29
Chapitre 08	Proportionnalité	35
Chapitre 09	Fractions	40
Chapitre 10	Symétrie centrale	43
Chapitre 11	Programmation par blocs	50
Chapitre 12	Calcul littéral : expressions	54
Chapitre 13	Parallélogrammes	59
Chapitre 14	Puissances : carré et cube	64
Chapitre 15	Probabilités	66
Chapitre 16	Équations	70
Chapitre 17	Notion de fonction	73
Chapitre 18	Espace : prismes et cylindres	78

Enchainements d'opérations

A1 Vocabulaire des opérations (1)

Pour chaque expression, indiquer s'il s'agit d'une somme ou d'un produit, puis donner la liste de ses termes ou de ses facteurs.

- | | |
|-----------------------|--------------------------|
| a. $5 + 8 + 5$ | b. $7 \times 4 \times 3$ |
| c. $(4 + 9) \times 6$ | d. $5 \times 5 + 6$ |
| e. $2 \times (5 + 4)$ | f. $9 + 2 \times 4$ |

A2 Vocabulaire des opérations (2)

Chacune de ces expressions est une somme, une différence, un produit ou un quotient. Préciser laquelle, puis donner ses termes, ses facteurs, ou son numérateur et son dénominateur.

La nature d'une expression est donnée par la dernière opération que l'on effectue quand on la calcule.

- | | |
|--------------------------------|-----------------------------|
| a. $\frac{7 + 35}{6}$ | b. $12 + 7 \times (6 - 4)$ |
| c. $\frac{14 - 5}{3} + 10$ | d. $8 \times (4 + 7) - 12$ |
| e. $6 \times 6 \times (6 + 7)$ | f. $(7 + 2) \times (2 + 2)$ |

A3 Traduire une phrase par une expression

Écrire chaque phrase sous la forme d'une seule expression, en utilisant des parenthèses lorsque c'est nécessaire, puis calculer cette expression.

- la somme de 15 et du produit de 8 par 7
- la différence entre le produit de 4 par 9 et 14
- le double de la somme de 15 et de 15
- le produit de 5 par la différence entre 14 et 5
- le produit de la somme de 14 et de 2 par 9
- le quotient de la somme de 5 et de 19 par 4

A4 Décrire une expression par une phrase

Décrire chaque expression par une phrase, sans la calculer, en commençant par « la somme... », « la différence... », « le produit... » ou « le quotient... ».

- | | |
|------------------------|------------------------|
| a. $3 \times 8 - 3$ | b. $8 \times (10 - 2)$ |
| c. $\frac{16 + 24}{8}$ | d. $48 + \frac{36}{6}$ |
| e. $3 + 9 \times 5$ | f. $(4 + 9) \times 7$ |

A5 Priorités opératoires (1)

Effectuer les calculs suivants.

- | | |
|------------------------------|--------------------------|
| a. $5 \times 6 + 9 \times 5$ | b. $(10 + 6) \times 5$ |
| c. $10 + 4 \times 4$ | d. $5 \times 5 - 14$ |
| e. $7 \times (5 - 3)$ | f. $12 + 3 \times 3 - 7$ |

A6 Priorités opératoires (2)

Effectuer les calculs suivants en détaillant les étapes.

- | | |
|------------------------------------|-----------------------------------|
| a. $(3 + 6 \times 4) \times 6$ | b. $4 + 5 \times (5 + 2) - 15$ |
| c. $9 \times (7 + 5) - 6 \times 9$ | d. $8 \times 4 - 6 \times 4 + 12$ |
| e. $(11 + 11) \times (8 - 5)$ | f. $6 \times (3 + 5 \times 4)$ |

A7 Enchainements avec des quotients

Calculer les expressions suivantes.

Une barre de fraction joue le rôle de parenthèses : on calcule d'abord tout ce qui est écrit au-dessus, puis tout ce qui est écrit en dessous, et on divise seulement à la fin.

- | | |
|----------------------------|--------------------------------|
| a. $\frac{39 - 3}{9}$ | b. $\frac{24 \times 3}{4}$ |
| c. $\frac{28 + 7}{7 - 2}$ | d. $9 \times \frac{14 + 7}{3}$ |
| e. $\frac{34 + 6}{8} + 10$ | f. $\frac{34 + 29}{9}$ |

A8 Trouver l'erreur

Voici six calculs rédigés par des élèves. Pour chacun, dire s'il est juste ou faux. S'il est faux, expliquer l'erreur commise et écrire le calcul correct.

- $(6 + 12) \times 3 = 6 + 36 = 42$
- $3 \times 4 + 8 \times 5 = 20 \times 5 = 100$
- $34 - 4 \times 4 = 30 \times 4 = 120$
- $6 + 9 \times 9 = 6 + 81 = 87$
- $3 + 2 \times 3 = 5 \times 3 = 15$
- $7 \times 3 - 10 = 21 - 10 = 11$

A9 Placer les parenthèses

Placer une paire de parenthèses dans chaque calcul pour obtenir le résultat indiqué.

- | | |
|---|-------------------------------------|
| a. $3 + 9 \times 3 \rightarrow 36$ | b. $16 + 38 \div 9 \rightarrow 6$ |
| c. $6 + 7 + 9 \times 5 \rightarrow 110$ | d. $29 - 5 \times 3 \rightarrow 72$ |
| e. $2 \times 7 - 3 \rightarrow 8$ | f. $7 \times 5 + 4 \rightarrow 63$ |

A10 Priorités avec des nombres décimaux

Effectuer les calculs suivants. Les règles de priorité sont les mêmes qu'avec des nombres entiers.

- | | |
|----------------------------------|---------------------------|
| a. $2,1 + 4,7 \times 6$ | b. $(4,8 + 2,8) \times 3$ |
| c. $4 \times 4,5 + 4 \times 2,7$ | d. $2,7 \times 4 - 3,7$ |
| e. $13,5 - 2,4 \times 2$ | f. $4 \times (2,6 + 4,3)$ |

A11 Division par un nombre décimal

Calculer les quotients suivants. Toutes les divisions tombent juste.

Un quotient ne change pas si l'on multiplie le dividende et le diviseur par un même nombre. En multipliant les deux par 10 ou par 100, on se ramène à une division par un nombre entier.

- | | |
|--------------------|---------------------|
| a. $11 \div 0,5$ | b. $2,25 \div 0,25$ |
| c. $57,5 \div 2,5$ | d. $2,4 \div 0,2$ |
| e. $1 \div 0,05$ | f. $4,5 \div 0,75$ |

A12 Appliquer un programme de calcul

Voici un programme de calcul.

Choisir un nombre entier.

- Multiplier par 6
- Retrancher 3
- Multiplier par 2

- a. Appliquer ce programme aux quatre nombres suivants : 4, 7, 9 et 15.
 b. Alice affirme avoir obtenu 31 en partant d'un nombre entier. A-t-elle pu se tromper ? Justifier.

A13 Traduire un programme de calcul

Pour chaque programme, écrire en une **seule** expression le calcul effectué à partir du nombre indiqué, puis donner le résultat.

a.

Choisir le nombre 10

- Ajouter 3
- Multiplier le résultat par 4
- Retrancher 49

b.

Choisir le nombre 4

- Multiplier par 7
- Retrancher 7
- Multiplier le résultat par 2

c.

Choisir le nombre 5

- Ajouter 10
- Multiplier le résultat par 8

d.

Choisir le nombre 7

- Multiplier par 9
- Ajouter 4 au résultat

A14 Retrouver le nombre de départ

Voici un programme de calcul.

Choisir un nombre entier.

- Multiplier par 7
- Retrancher 6

- a. Quel nombre faut-il choisir au départ pour obtenir 8, 71, 78 et 127 ?
 b. Expliquer la méthode utilisée en une phrase.

A15 Comparer deux programmes de calcul

Voici deux programmes de calcul.

Programme A

- Ajouter 15
- Multiplier le résultat par 3

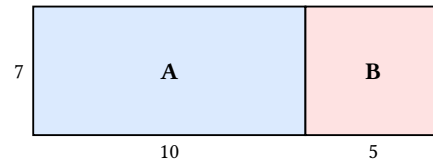
Programme B

- Multiplier par 3
- Ajouter 45 au résultat

- a. Appliquer les deux programmes aux nombres 3, 11 et 13.
 b. Que remarque-t-on ? Cela suffit-il à en être certain ?
 c. Écrire en une seule expression le calcul du programme A appliqué au nombre 100, puis celui du programme B. Vérifier qu'ils donnent bien le même résultat.

A16 Distributivité et aires de rectangles

Le rectangle ci-dessous est partagé en deux rectangles A et B. Les longueurs sont données en centimètres.



- a. Calculer l'aire de A, puis l'aire de B, puis leur somme.
 b. Calculer la longueur totale du grand rectangle, puis son aire.
 c. Comparer les deux résultats et compléter : $7 \times (10 + 5) = \dots$
 d. Sans faire d'autre dessin, en déduire la valeur de $7 \times 10 + 7 \times 5$.

A17 Développer un produit

Développer, puis calculer, sur le modèle suivant : $4 \times (7 + 3) = 4 \times 7 + 4 \times 3 = 28 + 12 = 40$.

- a. $4 \times (8 + 9 + 2)$ b. $6 \times (23 + 4)$
 c. $6 \times (15 - 4)$ d. $5 \times (27 - 5)$
 e. $(13 - 10) \times 5$ f. $(25 + 5) \times 6$

A18 Factoriser une somme

Factoriser, puis calculer, sur le modèle suivant : $6 \times 8 + 6 \times 2 = 6 \times (8 + 2) = 6 \times 10 = 60$.

Commencer par repérer le facteur commun aux deux produits ; il peut être écrit à gauche dans l'un et à droite dans l'autre.

- a. $11 \times 9 - 11 \times 6$ b. $8 \times 14 + 8 \times 9$
 c. $5 \times 14 + 5$ d. $7 \times 7 + 3 \times 7$
 e. $6 \times 8 + 6 \times 5 + 6 \times 7$ f. $3 \times 19 + 4 \times 3$

A19 Calcul mental astucieux

Calculer de tête, en décomposant, sur le modèle suivant : $32 \times 11 = 32 \times (10 + 1) = 320 + 32 = 352$.

- a. 21×101 b. $24 \times 69 + 24 \times 31$
 c. $8 \times 25 \times 4$ d. 15×9
 e. 25×99 f. 30×102

A20 Multiples et diviseurs

a. Recopier et compléter avec « multiple » ou « diviseur » : comme $72 = 8 \times 9$, on peut dire que 72 est un ... de 8, et que 8 est un ... de 72.

b. Ces affirmations sont-elles vraies ou fausses ? Justifier par un calcul.

1. 8 divise 72 2. 5 divise 67
 3. 5 divise 50 4. 6 divise 52

c. Écrire les six premiers multiples non nuls de 11.

d. Combien un nombre entier a-t-il de multiples ? Et de diviseurs ?

A21 Critères de divisibilité

Pour chacun des nombres suivants, indiquer par lesquels de 2, 3, 5, 9 et 10 il est divisible. Aucune division ne doit être posée, et les réponses concernant 3 et 9 seront justifiées par le calcul utilisé.

685 ; 873 ; 204 ; 876 ; 300 ; 384

A22 Trouver le chiffre manquant

Dans chaque cas, trouver **tous** les chiffres que l'on peut écrire dans la case pour que le nombre obtenu soit divisible par le nombre indiqué.

- a. $9\square0$ divisible par 3 b. $1\square61$ divisible par 9
 c. $48\square$ divisible par 2 d. $160\square$ divisible par 5
 e. $468\square$ divisible par 3 f. $70\square9$ divisible par 9

A23 Diviseurs d'un nombre

Chercher les diviseurs d'un nombre revient à l'écrire de toutes les façons possibles comme un produit de deux facteurs.

- a. Écrire tous les diviseurs de 45, 24 et 60, en les rangeant dans l'ordre croissant.
 b. Combien 41 a-t-il de diviseurs ? Que peut-on en dire ?
 c. Un nombre peut-il avoir un nombre impair de diviseurs ? Chercher un exemple parmi les nombres inférieurs à 30.

A24 Problèmes de multiples et de diviseurs

- a. Le professeur de la classe de Malo veut répartir les 24 élèves en groupes ayant tous le même effectif, et comptant chacun au moins 3 élèves sans dépasser 10. Quelles tailles de groupes sont possibles ? Combien de groupes cela fait-il à chaque fois ?
 b. Ilyes colle 97 photos dans un album, à raison de 7 photos par page. Combien de pages complètes l'album compte-t-il ? Combien de photos se trouvent sur la dernière page ?
 c. Un ruban de 140 cm doit être coupé en morceaux de 20 cm. Y aura-t-il des chutes ? Combien de morceaux obtient-on ?

A25 Traduire un problème par une expression

Pour chaque situation, écrire **une seule** expression traduisant le calcul à effectuer, puis la calculer.

- a. Noé achète 3 cahiers à 4,40 € pièce et 4 stylos à 1,00 € pièce. Combien dépense-t-il en tout ?
 b. Pour une sortie scolaire, 21 élèves paient 6 € chacun et 3 accompagnateurs paient 15 € chacun. Quel est le montant total ?
 c. Le jardin de Sarah est un rectangle de 25 m de long et 9 m de large. Écrire son périmètre de **deux** façons différentes, puis le calculer.
 d. Inès possède 65 images ; elle en donne 7 à chacun de ses 6 camarades. Combien lui en reste-t-il ?

A26 Vrai ou faux

Ces affirmations sont-elles vraies ou fausses ? Justifier : par une règle du cours si l'affirmation est vraie, par un contre-exemple si elle est fausse.

- a. Pour calculer $6 + 12 \times 2$, on commence par l'addition.
 b. $6 \times (12 + 2) = 6 \times 12 + 6 \times 2$
 c. $6 \times (12 + 2) = 6 \times 12 + 2$
 d. Tout multiple de 9 est aussi un multiple de 3.
 e. Tout multiple de 3 est aussi un multiple de 9.
 f. Le nombre 170 est divisible par 2, par 5 et par 10.

Problèmes**A27 La commande de fournitures**

Un professeur commande le matériel de sa classe de 26 élèves. Chaque élève reçoit un cahier à 1,80 € et deux stylos à 0,80 € l'unité. Le collège lui accorde un budget de 132 €.

- a. Écrire une **seule** expression donnant le prix du matériel d'un élève, puis la calculer.
 b. Écrire de **deux** façons différentes une expression donnant le prix total de la commande, puis vérifier qu'elles donnent le même résultat.
 c. Le budget est-il suffisant ? Justifier.
 d. Avec ce budget, combien d'élèves au maximum le professeur pourrait-il équiper ?

A28 Le carrelage de la salle

Une salle rectangulaire mesure 8 m de long et 6 m de large. On veut la carrelar entièrement avec des carreaux carrés de 50 cm de côté, vendus par paquets de 10 carreaux à 17 € le paquet.

- a. Calculer l'aire de la salle, en mètres carrés.
 b. Combien de carreaux faut-il aligner sur la longueur ? sur la largeur ? Combien de carreaux faut-il en tout ?
 c. Combien de paquets faut-il acheter ? Combien de carreaux restera-t-il ?
 d. Quel sera le prix du carrelage ? Le carreleur conseille d'acheter deux paquets de plus, en prévision des carreaux cassés : quel serait alors le prix ?

A29 La kermesse du collège

Pour la kermesse, le foyer du collège a acheté 111 bonbons et 48 petits jouets.

- a. Les bonbons sont mis dans des sachets de 6. Combien de sachets complets peut-on préparer ? Combien de bonbons restera-t-il ?
 b. Sans poser de division, dire si les 48 jouets peuvent être répartis exactement en paquets de 3, puis en paquets de 9. Justifier.
 c. On veut répartir les 48 jouets en paquets identiques, sans qu'il en reste, chaque paquet contenant entre 5 et 15 jouets. Quelles sont toutes les tailles de paquets possibles ?
 d. Chaque sachet de bonbons est vendu 3 € et chaque jouet 4 €. Écrire une seule expression donnant la recette si tous les sachets complets et tous les jouets sont vendus, puis la calculer.

A30 Quelle formule choisir ?

Un club d'escalade propose deux formules pour l'année.

Formule A

- 20 € d'inscription
- puis 3 € par séance

Formule B

- pas d'inscription
- 5 € par séance

Commencer par comparer les deux formules pour 6 séances, puis pour 16 séances.

- a. Inès hésite entre les deux formules et ne sait pas encore combien de fois elle viendra grimper. Quelle formule lui conseiller ? La réponse dépend-elle du nombre de séances ? Justifier par des calculs.
 b. À partir de combien de séances la formule A devient-elle plus avantageuse ? Expliquer la méthode employée.

Exercices pluridisciplinaires

A31 Le budget de la sortie scolaire

Une classe de 5^{ème} de 29 élèves prépare une sortie au musée. L'entrée coûte 6 € par élève et le repas 8 € par élève. Le transport en car coûte 267 € pour toute la classe. Le foyer socio-éducatif du collège dispose d'un budget de 631 € pour cette sortie.

- Écrire, sans la calculer, une expression donnant le coût total de la sortie.
- Calculer ce coût total, en détaillant les étapes du calcul.
- Le budget du foyer suffit-il ? Justifier, puis conclure.

A32 Le coût d'une pièce imprimée en 3D

Un club de robotique imprime des pièces en 3D. Le filament utilisé coûte 8 centimes le gramme, et l'imprimante facture 2 € de frais fixes (électricité, entretien) par pièce. Elle imprime à une vitesse de 0,25 cm de filament par minute.

Calculer le coût d'une pièce

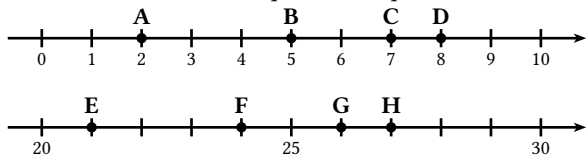
- Peser la pièce imprimée (masse en grammes).
- Multiplier cette masse par le prix du gramme de filament.
- Ajouter les frais fixes.

- Une pièce pèse 32 g. Appliquer le programme ci-dessus pour trouver son coût, d'abord en centimes puis en euros.
- Pour une autre pièce, l'imprimante a utilisé 3 cm de filament. Combien de temps a duré l'impression ?

Repérage sur une droite et dans le plan

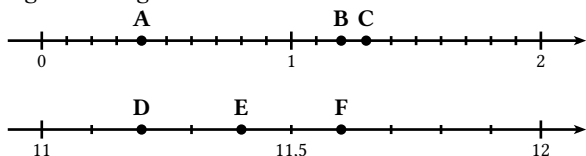
B1 Lire des abscisses (1)

Lire l'abscisse de chacun des points marqués.



B2 Lire des abscisses (2)

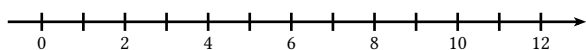
Lire l'abscisse de chacun des points marqués. Chaque unité est partagée en dix graduations.



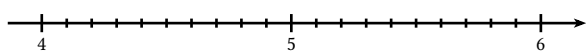
B3 Placer des points sur une droite graduée

Reproduire chaque droite graduée sur le cahier, puis y placer les points indiqués.

a. R (1) S (4) T (12)

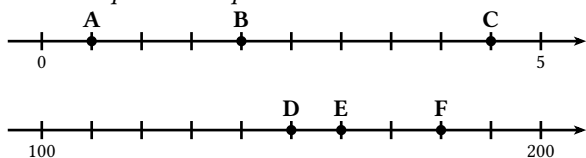


b. U (4,1) V (4,6) W (5,7)



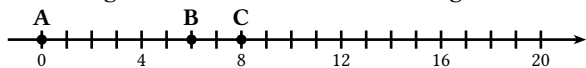
B4 Trouver le pas d'une graduation

Sur chaque droite, seules les abscisses des extrémités sont indiquées. Déterminer la valeur d'une graduation, puis lire l'abscisse des points marqués.



B5 Distances sur une droite graduée

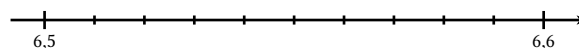
Sur la droite graduée ci-dessous, l'unité de longueur est le km.



- Lire les abscisses des points A, B et C.
- Calculer les distances AB, BC et AC. Que remarque-t-on ?
- Quelle est l'abscisse du milieu du segment [AC] ?
- Placer le point D d'abscisse 10, puis calculer la distance BD.

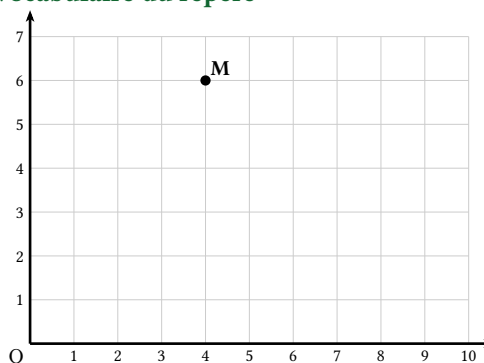
B6 Encadrer et intercaler

- Encadrer chacun des nombres 1,33 ; 7,07 ; 4,37 ; 3,23, d'abord par deux entiers consécutifs, puis par deux dixièmes consécutifs.
- Écrire trois nombres compris entre 6,5 et 6,6.
- Reproduire la droite graduée ci-dessous, où chaque graduation vaut un centième, puis y placer les trois nombres trouvés.



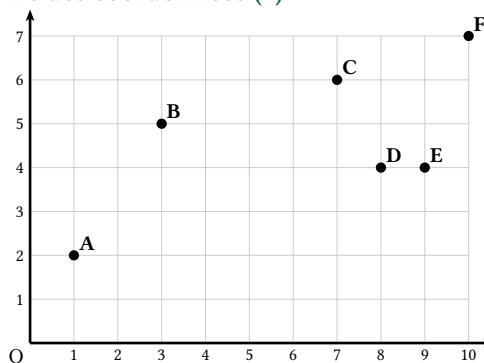
- Combien y a-t-il de nombres entre 6,5 et 6,6 ?

B7 Vocabulaire du repère



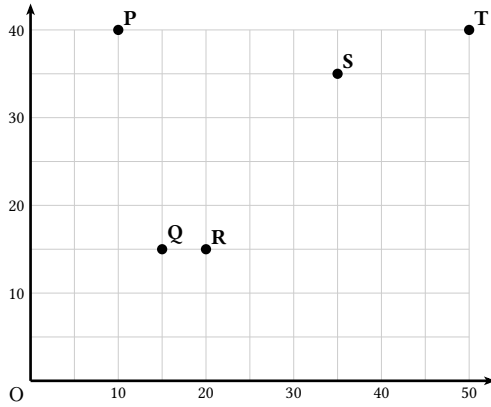
- Comment appelle-t-on la droite horizontale du repère ? Et la droite verticale ?
- Comment appelle-t-on le point O ? Quelles sont ses coordonnées ?
- Lire les coordonnées du point M. Laquelle est son abscisse ? Laquelle est son ordonnée ?
- Placer le point N(6;4). Est-ce le même point que M ? Qu'en conclure ?

B8 Lire des coordonnées (1)



- Lire les coordonnées de chacun des six points.
- Deux de ces points ont-ils la même abscisse ? la même ordonnée ?
- Quel point est le plus proche de l'axe des abscisses ?

B9 Lire des coordonnées (2)

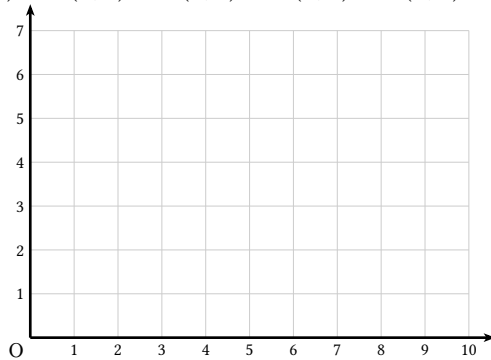


- Que vaut une graduation sur l'axe des abscisses ? Et sur l'axe des ordonnées ?
- Lire les coordonnées des cinq points.
- Donner les coordonnées du point situé deux graduations à droite du point P, à la même hauteur.

B10 Placer des points dans un repère

Reproduire le repère ci-dessous sur le cahier, puis y placer les points suivants.

A (3; 3) B (5; 3) C (6; 6) D (9; 2) E (7; 0) F (0; 5)



- Où se trouvent les points dont l'ordonnée est nulle ?
- Sur quelle droite se trouvent tous les points dont l'abscisse est nulle ?

B11 Compléter une figure

- Dans un repère, on donne A(4; 3), B(7; 3) et C(7; 6). Placer ces trois points, puis déterminer les coordonnées du point D tel que ABCD soit un rectangle.
- Calculer la longueur et la largeur de ce rectangle, puis son périmètre et son aire.
- Quelles sont les coordonnées du point d'intersection de ses diagonales ?
- On donne maintenant E(4; 3) et F(6; 3). Trouver **deux** couples de points (G, H) tels que EFGH soit un carré.

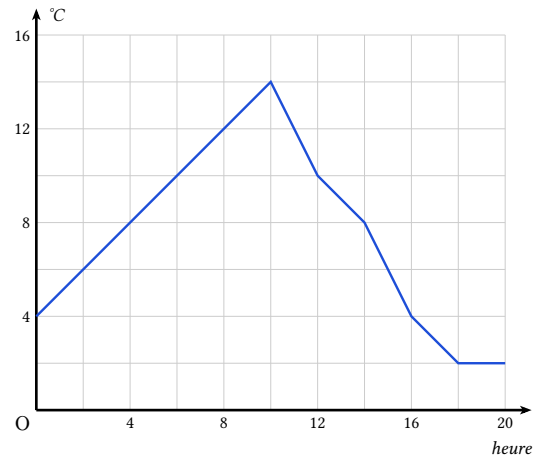
B12 Un dessin codé

Dans un repère où chaque graduation vaut un carreau, placer les points ci-dessous et les relier **dans l'ordre**, trait par trait. Que représente le dessin obtenu ?

- (0; 2) — (1; 0) — (7; 0) — (8; 2) — (0; 2)
- (4; 2) — (4; 9)
- (4; 9) — (7; 3) — (4; 3)

B13 Lire un graphique

Le graphique donne la température relevée dans une ville, toutes les deux heures, le 15 mai.



- Quelle était la température à 18 h ?
- À quel moment de la journée la température a-t-elle été la plus élevée ? Combien valait-elle alors ?
- À quelle heure la température a-t-elle atteint 12 °C ? Y a-t-il une seule réponse ?
- Pendant quelles heures la température a-t-elle augmenté ? diminué ?

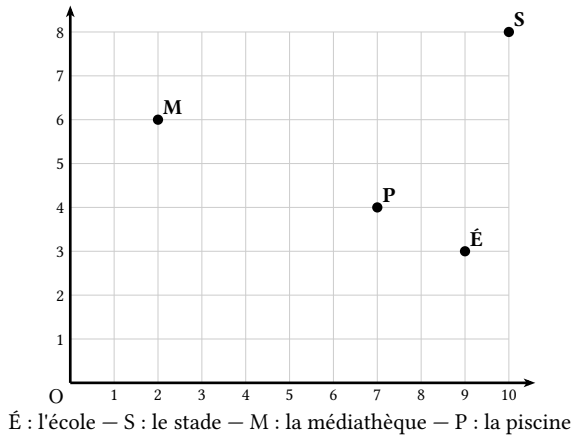
B14 Repérage et déplacements

Un robot se déplace sur un quadrillage, en suivant les lignes. Il part du point A(3; 2).

- Il avance de 4 carreaux vers la droite, puis de 2 carreaux vers le haut : il arrive en B. Donner les coordonnées de B.
- Il repart de B et arrive en C(8; 7). Quel déplacement a-t-il effectué ?
- Quelle distance, en carreaux, le robot a-t-il parcourue depuis A ?
- Un second robot part de A et arrive directement en C par le même type de déplacement. Parcourt-il la même distance ? Justifier.

B15 Problèmes de repérage

Le plan ci-dessous représente un quartier. Une graduation correspond à 100 m ; l'axe des abscisses est orienté vers l'est et l'axe des ordonnées vers le nord.



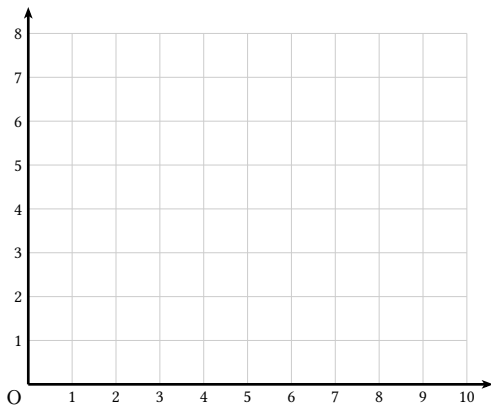
- Lire les coordonnées des quatre lieux.
- Placer la gare G, de coordonnées (3; 4).
- Quel lieu est le plus à l'est ? Quel lieu est le plus au nord ?
- Un habitant va de l'école au stade en suivant les rues du quadrillage. Quelle distance parcourt-il au minimum, en mètres ?

Problèmes

B16 La chasse au trésor

Un trésor est caché en un point du plan ci-dessous, à l'intersection de deux lignes du quadrillage. Trois indices sont donnés :

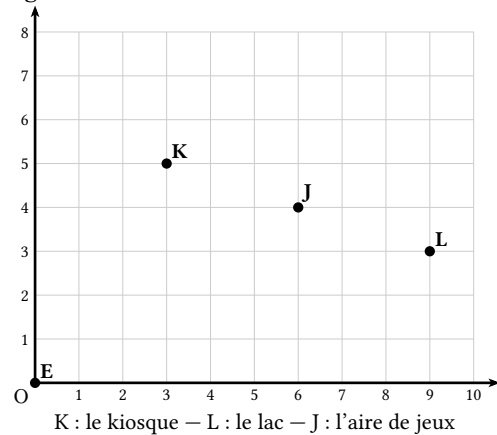
- son abscisse est un multiple de 3, et n'est pas nulle ;
- son ordonnée est un diviseur de 12 ;
- la somme de ses coordonnées vaut 4.



- Placer tous les points qui vérifient les deux premiers indices. Combien y en a-t-il ?
- Utiliser le troisième indice pour trouver le trésor.
- L'entrée du terrain est le point E(0; 0) et une graduation représente 50 m. En suivant les lignes du quadrillage, quelle distance faut-il parcourir depuis l'entrée pour atteindre le trésor ?

B17 Le plan du parc

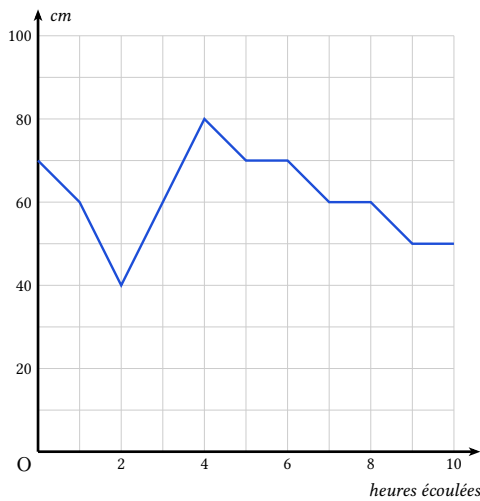
Voici le plan d'un parc. L'entrée E est à l'origine du repère et une graduation représente 50 m. Les allées suivent les lignes du quadrillage.



- Lire les coordonnées du kiosque, du lac et de l'aire de jeux.
- Un promeneur va de l'entrée au kiosque, puis du kiosque au lac, en suivant les allées. Quelle distance parcourt-il, en mètres ?
- Aurait-il parcouru la même distance en allant directement de l'entrée au lac par les allées ? Justifier.
- Un banc est installé au milieu de l'allée droite qui relie le kiosque au lac. Quelles sont ses coordonnées ?
- Le long de l'allée qui va de l'entrée au point (6; 0), le jardinier plante un arbre tous les 10 m, aux deux extrémités comprises. Combien plante-t-il d'arbres ?

B18 La cuve d'eau

Le graphique donne la hauteur d'eau, en centimètres, dans une cuve de récupération d'eau de pluie, relevée chaque heure entre 6 h et 16 h.

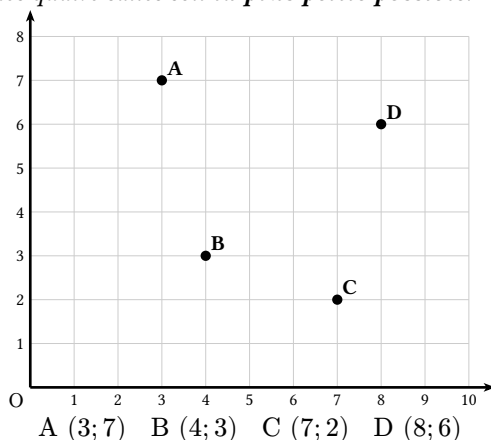


- Quelle était la hauteur d'eau à 6 h ? Et 2 heures plus tard ?
- À quel moment la cuve contenait-elle le moins d'eau ? le plus d'eau ? Que s'est-il probablement passé entre ces deux moments ?
- De combien de centimètres la hauteur d'eau a-t-elle augmenté pendant cette période ?
- Chaque centimètre de hauteur correspond à 12 litres d'eau. Quel volume d'eau la cuve a-t-elle gagné pendant cette période ?
- Écrire une seule expression donnant le volume d'eau contenu dans la cuve à 16 h, puis la calculer.

B19 Où placer le distributeur ?

Le plan ci-dessous représente un étage de collège. Les quatre salles A, B, C et D sont repérées par leurs coordonnées, et les couloirs suivent les lignes du quadrillage. Une graduation représente 5 m.

L'intendant veut installer un distributeur d'eau à une intersection de couloirs, de façon que la distance totale à parcourir depuis les quatre salles soit **la plus petite possible**.

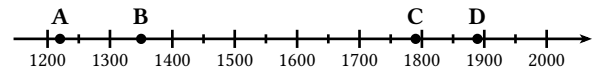


- Calculer cette distance totale si le distributeur est placé en (9; 6), puis en (9; 7).
- Proposer une meilleure position.
- Comment peut-on être sûr qu'aucune autre position ne fait mieux ?

Exercices pluridisciplinaires

B20 Une frise chronologique

Voici les dates de construction ou d'achèvement de quatre monuments.

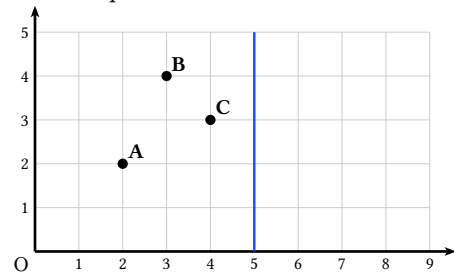


A : la cathédrale de Chartres (1220) — B : le palais des Papes, à Avignon (1350) — C : le Panthéon, à Paris (1790) — D : la tour Eiffel (1889)

- Quel est le plus ancien de ces quatre monuments ? Le plus récent ?
- Combien d'années séparent la construction de ces deux monuments : la cathédrale de Chartres et le Panthéon, à Paris ?

B21 Un motif de mosaïque

Un carreleur compose un motif de mosaïque, symétrique par rapport à la colonne verticale tracée ci-dessous. Il a déjà placé trois carreaux, aux points A, B et C.



- Lire les coordonnées des points A, B et C.
- Le motif doit être symétrique par rapport à la colonne tracée. Donner les coordonnées des points D, E et F qui complètent le motif de l'autre côté de la colonne, D étant le symétrique de A, E celui de B, et F celui de C.

Nombres relatifs : découverte et comparaison

C1 Qu'est-ce qu'un nombre relatif ?

Un nombre relatif est formé d'un signe (+ ou -) et d'une distance à zéro. Pour chacun des nombres suivants, dire s'il est positif ou négatif, puis, si possible, s'il est strictement positif ou strictement négatif.

- | | |
|--------|----------|
| a. -4 | b. +6,33 |
| c. +22 | d. -9,31 |
| e. +4 | f. 0 |

C2 Écrire un nombre relatif

Traduire chacune de ces situations par un nombre relatif.

- une perte de 24 €
- une profondeur de 829 m sous le niveau de la mer
- 13 °C au-dessus de zéro
- 4 minutes avant le début du film
- 4 étage(s) en sous-sol

C3 Températures relevées

Voici les températures relevées un matin d'hiver dans plusieurs villes.

- Metz : -10 °C
- Lille : -3,5 °C
- Nice : 1,2 °C
- Limoges : 0 °C
- Grenoble : 6 °C

- Parmi ces villes, lesquelles ont une température strictement négative, c'est-à-dire en dessous de 0 °C ?
- Lesquelles ont une température strictement positive, c'est-à-dire au-dessus de 0 °C ? Une de ces villes a-t-elle une température nulle ?

C4 Altitudes et profondeurs

Voici l'altitude de plusieurs lieux, comptée par rapport au niveau de la mer.

- le sommet du pic de Roc-Blanc : 1018 m
- le fond de la grotte des Échos : -132 m
- la plaine côtière de Sault : 0 m
- le fond de la fosse marine des Nautilus : -1577 m
- le fond de la vallée de Val-Creuse : -39 m

- Pour chaque lieu, dire si son altitude est positive, négative ou nulle.
- Que signifie, dans ce contexte, une altitude strictement négative ? Et une altitude nulle ?

C5 Avant ou après ?

Le coup d'envoi d'un match de football a lieu à l'instant 0. Les événements suivants sont repérés par un nombre relatif exprimé en minutes.

- la fin de l'échauffement des joueurs : 10 min
- le premier but marqué : -39 min
- l'entrée des supporters dans le stade : -26 min
- la sortie sur blessure d'un joueur : 35 min
- l'hymne national : 23 min

Pour chaque événement, dire s'il a eu lieu avant ou après le coup d'envoi, et de combien de minutes.

C6 Vrai ou faux : nombres relatifs

Ces affirmations sont-elles vraies ou fausses ? Justifier : par une règle du cours si l'affirmation est vraie, par un contre-exemple si elle est fausse.

- Le nombre 0 est un nombre positif.
- Le nombre -6 est un nombre strictement négatif.
- Tout nombre positif est strictement positif.
- Un nombre négatif ne peut pas être décimal : par exemple, -4,72 n'existe pas.
- Une profondeur de 12 m sous le niveau de la mer se traduit par l'altitude relative -12 m.
- Si un nombre n'est pas positif, alors il est strictement négatif.

C7 Calculer un opposé

Donner l'opposé de chacun des nombres suivants.

- | | |
|----------|--------------------|
| a. -14 | b. -15 |
| c. +1,95 | d. +2,32 |
| e. 0 | f. l'opposé de -14 |

C8 Calculer une valeur absolue

Donner la valeur absolue de chacun des nombres suivants.

- | | |
|----------|-----------|
| a. +6 | b. +10 |
| c. +1,39 | d. +11,07 |
| e. 0 | |

Comparer la valeur absolue de +6 et celle de son opposé, -6. Que remarque-t-on ?

C9 Opposé et valeur absolue mêlés

Pour chacun des nombres suivants, donner à la fois son opposé et sa valeur absolue.

- +3,3
- 7,2
- +8,2
- 2,2

C10 Retrouver un nombre

Dans chaque cas, retrouver le ou les nombres possibles.

- L'opposé d'un nombre est -9 . Quel est ce nombre ?
- La valeur absolue d'un nombre est $11,83$, et ce nombre est négatif. Quel est ce nombre ?
- La valeur absolue d'un nombre vaut $2,74$. Quelles sont les valeurs possibles de ce nombre ?
- L'opposé d'un nombre est 0 . Quel est ce nombre ?

C11 Distance à zéro

Deux thermomètres indiquent -3°C et -4°C .

- Quelle est la distance à zéro de chacune de ces deux températures, c'est-à-dire leur valeur absolue ?
- Quel thermomètre est le plus proche de 0°C ?

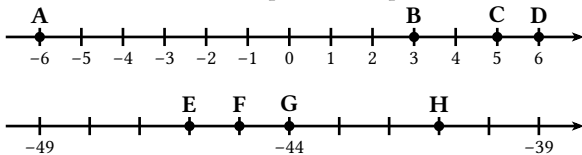
C12 Vrai ou faux : opposé et valeur absolue

Ces affirmations sont-elles vraies ou fausses ? Justifier : par une règle du cours si l'affirmation est vraie, par un contre-exemple si elle est fausse.

- L'opposé de -12 est 12 .
- La valeur absolue d'un nombre est toujours strictement positive.
- L'opposé d'un nombre strictement positif est un nombre strictement négatif.
- La valeur absolue de $2,66$ et celle de $-2,66$ sont égales.
- L'opposé de l'opposé de -12 est -12 .
- La valeur absolue d'un nombre peut être négative.

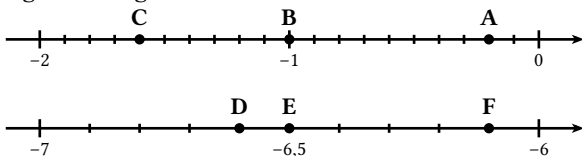
C13 Lire des abscisses relatives (1)

Lire l'abscisse de chacun des points marqués.



C14 Lire des abscisses relatives (2)

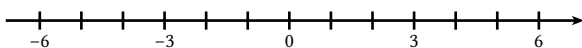
Lire l'abscisse de chacun des points marqués. Chaque unité est partagée en dix graduations.



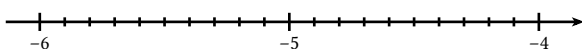
C15 Placer des points relatifs

Reproduire chaque droite graduée sur le cahier, puis y placer les points indiqués.

- a. R (-5) S (-4) T (4)

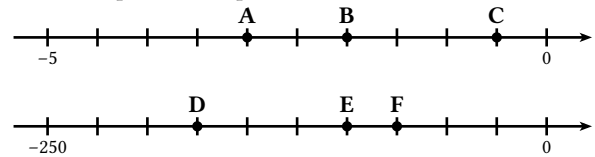


- b. U $(-5,7)$ V $(-4,2)$ W $(-4,1)$



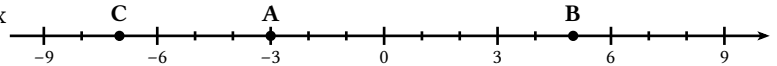
C16 Trouver le pas d'une graduation (relatifs)

Sur chaque droite, seules les abscisses des extrémités sont indiquées. Déterminer la valeur d'une graduation, puis lire l'abscisse des points marqués.



C17 Opposés sur une droite graduée

Les points A, B et C sont placés sur la droite graduée ci-dessous.



- Lire les abscisses des points A, B et C.
- Placer sur cette droite les points A', B' et C', opposés respectifs de A, B et C, et donner leurs abscisses.
- Quel est l'unique point de la droite qui serait son propre opposé ?

C18 Comparer deux nombres relatifs

Comparer les deux nombres, en utilisant le symbole $<$ ou $>$.

- -5 et -3
- -3 et $+9$
- $+4$ et $+14$
- -12 et 0
- 0 et $+2$
- $-7,02$ et $-7,04$

C19 Ranger dans l'ordre croissant

Ranger ces nombres dans l'ordre croissant.

-21 ; -16 ; -17 ; -11 ; $+19$; $+4$

C20 Ranger dans l'ordre décroissant

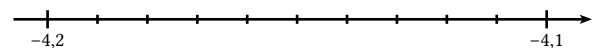
Voici les températures relevées dans cinq villes un même jour.

Les ranger de la plus chaude à la plus froide.

- Reims : -22°C
- Perpignan : 9°C
- Poitiers : 5°C
- Rennes : 12°C
- Angers : -15°C

C21 Encadrer un nombre relatif

- Encadrer chacun des nombres $-6,14$; $+3,91$; $+6,95$; $-6,48$, d'abord par deux entiers consécutifs, puis par deux dixièmes consécutifs.
- Écrire trois nombres compris entre $-4,2$ et $-4,1$.
- Reproduire la droite graduée ci-dessous, où chaque graduation vaut un centième, puis y placer les trois nombres trouvés.



- Combien y a-t-il de nombres compris entre $-4,2$ et $-4,1$?

C22 Comparer des altitudes

Voici l'altitude de cinq lieux, comptée par rapport au niveau de la mer.

- le refuge du col des Aigles : -333 m
- le fond du gouffre de Malaival : 840 m
- le village de Basse-Rivière : 103 m
- l'observatoire du mont Serein : -215 m
- le fond du lac souterrain : -473 m

- Quel est le lieu le plus élevé ? Le plus profond ?
- Ranger ces cinq lieux du plus profond au plus élevé.

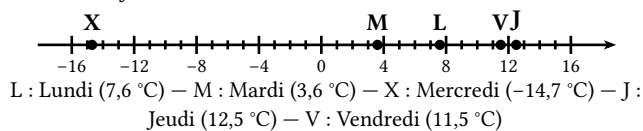
C23 Vrai ou faux : comparaison de relatifs

Ces affirmations sont-elles vraies ou fausses ? Justifier : par une règle du cours si l'affirmation est vraie, par un contre-exemple si elle est fausse.

- Tout nombre négatif est inférieur à tout nombre positif.
- $-6 < -2$
- 0 est supérieur à tout nombre strictement négatif.
- Plus la valeur absolue d'un nombre négatif est grande, plus ce nombre est grand.
- $-2 > -2,3$
- Ranger -9, 9 et 0 dans l'ordre croissant donne : 0, -9, 9.

Problèmes**C24 Une semaine de grand froid**

Voici les températures relevées à Chambéry pendant une semaine de janvier.



- Pour chaque jour, dire si la température est positive ou négative.
- Ranger ces cinq jours du plus froid au plus chaud.
- Quel jour a la température la plus proche de 0 °C ? Justifier à l'aide des valeurs absolues.
- Quel est l'opposé de la température la plus froide de la semaine ? Ce nombre correspond-il à une température réellement observée dans cette semaine ?

C25 Un tournoi de golf

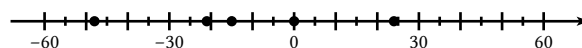
Au golf, le score de chaque joueur se compte par rapport au « par » du parcours, fixé à 0 : un score négatif signifie que le joueur a joué en dessous du par (ce qui est un bon résultat), un score positif qu'il a joué au-dessus (moins bon), et un score nul qu'il a fait exactement le par. Voici les scores de quatre joueurs à l'issue d'un tournoi.

- Adam : -4
- Sarah : +4
- Léna : -11
- Inès : 0

- Pour chaque joueur, dire si son score est positif, négatif ou nul.
- Au golf, le meilleur classement revient au score le plus petit. Classer ces quatre joueurs du meilleur au moins bon.
- Le score de Sarah est l'opposé de celui de Adam. Que peut-on en déduire sur leurs deux performances par rapport au par ?
- Combien de coups d'écart avec le par Léna a-t-elle joués ? Est-ce en dessous ou au-dessus du par ?

C26 Une exploration spéléologique

Une équipe explore une grotte. L'altitude de chaque lieu est comptée par rapport à l'entrée de la grotte, fixée à 0.



l'entrée de la grotte : 0 m — la salle des Cristaux : -21 m — la rivière souterraine : -15 m — le lac terminal : -48 m — la tour de guet du camp de base : 24 m

- Pour chaque lieu, dire si son altitude est positive, négative ou nulle.
- Ranger ces cinq lieux du plus profond au plus élevé.
- Quel lieu, en dehors de l'entrée elle-même, est le plus proche en altitude de l'entrée de la grotte ?

C27 Une mission océanographique

Une équipe scientifique étudie une zone marine à l'aide de quatre engins : un drone D (aérien), une bouée Y (flottant à la surface), un sous-marin S et un capteur C (immergés). Leur altitude est comptée par rapport à la surface de la mer, fixée à 0. Voici ce que l'on sait :

- le drone D vole à une altitude strictement positive
- la bouée Y est à la surface, donc à l'altitude 0
- le capteur C est à une profondeur strictement négative
- le drone D et le capteur C sont à la même distance de la surface, mais de part et d'autre : l'altitude de D est l'opposée de celle de C
- le sous-marin S est plus profond que le capteur C

- Ranger ces quatre engins du plus profond au plus haut, en justifiant chaque comparaison à partir des informations ci-dessus.
- Peut-on connaître les altitudes exactes de chacun avec seulement ces informations ? Proposer, si possible, deux jeux de valeurs différents qui respectent toutes les informations données.

Exercices pluridisciplinaires

C28 Points de fusion et changement d'état

Voici la température de fusion de plusieurs substances, c'est-à-dire la température à laquelle elles passent de l'état solide à l'état liquide.

- a. l'eau (glace) : $0\text{ }^{\circ}\text{C}$
- b. le mercure : $-40\text{ }^{\circ}\text{C}$
- c. l'éthanol : $-117\text{ }^{\circ}\text{C}$
- d. l'huile d'olive : $-5\text{ }^{\circ}\text{C}$
- e. la cire d'une bougie : $57\text{ }^{\circ}\text{C}$

- a. Pour chacune, dire si sa température de fusion est positive, négative ou nulle.
- b. Ranger ces substances de la température de fusion la plus basse à la plus haute.
- c. À $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ (température ambiante), lesquelles de ces substances sont à l'état liquide ?

C29 La faune des profondeurs

Voici l'altitude de quelques organismes marins et aériens, comptée par rapport à la surface de la mer.

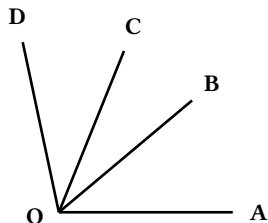
- a. un albatros en vol : 31 m
- b. le plancton de surface : 0 m
- c. une méduse : -6 m
- d. un thon rouge : -224 m
- e. un poisson-lanterne : -889 m
- f. un poisson abyssal : -4284 m

- a. Pour chacun, dire si son altitude est positive, négative ou nulle.
- b. Ranger ces organismes du plus profond au plus élevé.
- c. En langage courant, on dit que le poisson-lanterne vit « à environ 889 m de profondeur », un nombre toujours positif. Quel est le lien entre cette « profondeur » et l'altitude relative utilisée dans cet exercice ?

Angles et parallélisme

D1 Angles adjacents

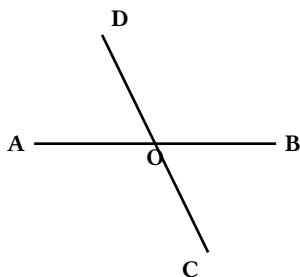
Sur la figure ci-dessous, O est le sommet commun de plusieurs angles.



- Nommer un angle adjacent à l'angle $\widehat{BOC}$. Justifier en citant le côté qu'ils ont en commun.
- L'angle $\widehat{AOB}$ mesure 40° , l'angle $\widehat{BOC}$ mesure 28° . En déduire la mesure de l'angle $\widehat{AOC}$.
- Les angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{COD}$ sont-ils adjacents ? Justifier.

D2 Angles opposés par le sommet

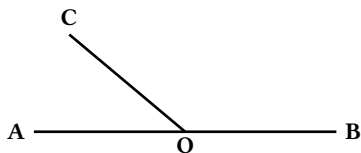
Les droites (AB) et (CD) se coupent en O .



- Nommer l'angle opposé par le sommet à l'angle $\widehat{BOD}$.
- Sachant que $\widehat{BOD}$ mesure 116° , en déduire la mesure de $\widehat{AOC}$. Quelle propriété utilise-t-on ?
- Nommer un angle adjacent à $\widehat{BOD}$, puis calculer sa mesure.

D3 Angles supplémentaires

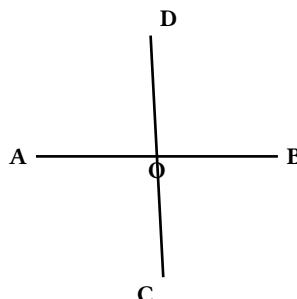
Les points A , O et B sont alignés.



- Pourquoi peut-on dire que les angles $\widehat{AOC}$ et $\widehat{BOC}$ sont supplémentaires ?
- Sachant que $\widehat{BOC}$ mesure 140° , calculer $\widehat{AOC}$.
- Un angle mesure 72° et un autre mesure 96° . Ces deux angles sont-ils supplémentaires ? Justifier par un calcul.

D4 Calculer des angles à partir d'une figure

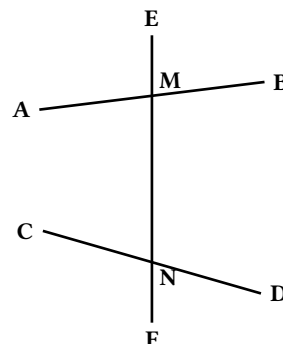
Les droites (AB) et (CD) sont sécantes en O . On donne $\widehat{BOD} = 93^\circ$.



- Calculer $\widehat{AOC}$.
- Calculer $\widehat{AOD}$.
- Calculer $\widehat{BOC}$.
- Parmi ces quatre angles, lesquels sont opposés par le sommet deux à deux ?

D5 Angles intérieurs et extérieurs à une sécante

Les droites (AB) et (CD) sont coupées par la sécante (EF) , respectivement en M et en N .

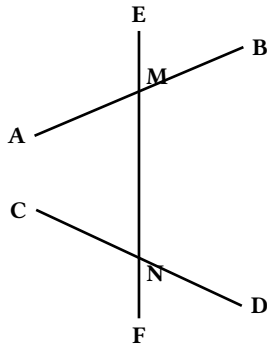


- Citer les quatre angles de sommet M , puis les quatre angles de sommet N .
- Parmi les angles de sommet M , lesquels sont situés entre les droites (AB) et (CD) ? On les appelle des angles **intérieurs**.
- Même question pour les angles de sommet N .
- Les angles $\widehat{AME}$ et $\widehat{FNC}$ sont-ils intérieurs ou extérieurs ?

D6 Reconnaître des angles alternes-internes

Les droites (AB) et (CD) sont coupées par la sécante (EF) , respectivement en M et en N .

Deux angles **alternes-internes** sont deux angles intérieurs (situés entre les deux droites), de sommets différents, situés de part et d'autre de la sécante.

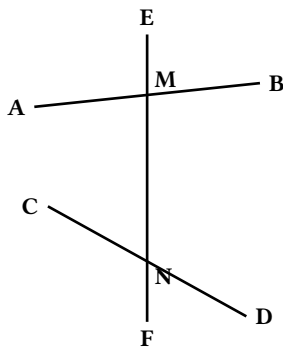


- Nommer l'angle alterne-interne à $\widehat{BMN}$.
- Nommer l'angle alterne-interne à $\widehat{NMA}$.
- Les angles $\widehat{AME}$ et $\widehat{FNC}$ sont-ils alternes-internes ? Justifier.

D7 Reconnaître des angles correspondants

Les droites (AB) et (CD) sont coupées par la sécante (EF) , respectivement en M et en N .

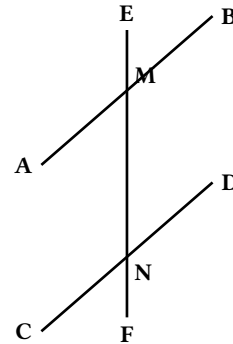
Deux angles **correspondants** sont situés du même côté de la sécante, l'un au niveau de la première droite, l'autre au niveau de la seconde, à la même position relative (par exemple, tous les deux juste au-dessus de leur droite).



- Nommer l'angle correspondant à $\widehat{EMB}$.
- Nommer l'angle correspondant à $\widehat{AME}$.
- Les angles $\widehat{EMB}$ et $\widehat{CNM}$ sont-ils correspondants ? Justifier.

D8 Calculer un angle grâce aux angles alternes-internes

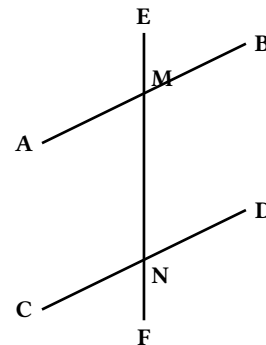
Les droites (AB) et (CD) sont parallèles, coupées par la sécante (EF) . On donne $\widehat{NMA} = 49^\circ$.



- Sans le mesurer, donner la mesure de $\widehat{MND}$. Quelle propriété utilise-t-on ?
- En déduire la mesure de $\widehat{CNM}$.
- Que vaut $\widehat{EMB}$? Justifier autrement qu'avec le parallélisme des deux droites.

D9 Calculer un angle grâce aux angles correspondants

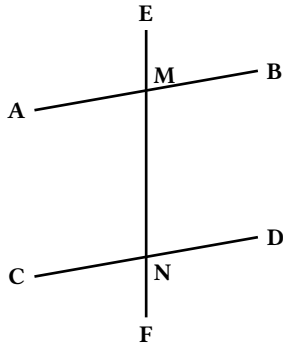
Les droites (AB) et (CD) sont parallèles, coupées par la sécante (EF) . On donne $\widehat{EMB} = 64^\circ$.



- Donner la mesure de $\widehat{MND}$, son angle correspondant. Quelle propriété utilise-t-on ?
- Quelle est la mesure de $\widehat{BMN}$? (Ne pas utiliser le parallélisme pour répondre.)
- En déduire la mesure de $\widehat{CNM}$ de deux façons différentes : à partir de $\widehat{BMN}$, puis à partir de $\widehat{MND}$.

D10 Compléter tous les angles d'une figure

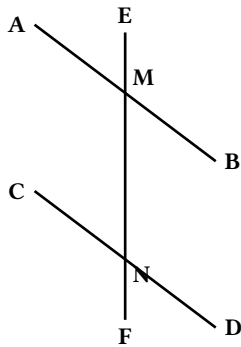
Les droites (AB) et (CD) sont parallèles, coupées par la sécante (EF) . On donne $\widehat{DNF} = 80^\circ$. Calculer, dans cet ordre, les mesures ci-dessous, en justifiant chaque fois par une propriété.



1. $\widehat{BMN}$
2. $\widehat{AME}$
3. $\widehat{EMB}$
4. $\widehat{NMA}$
5. $\widehat{MND}$
6. $\widehat{CNM}$
7. $\widehat{FNC}$

D11 Les droites sont-elles parallèles ? (1)

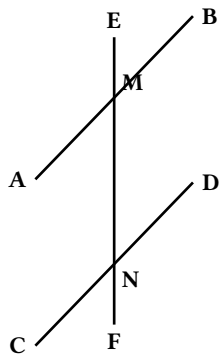
Sur la figure, on a mesuré $\widehat{NMA} = 127^\circ$ et $\widehat{MND} = 127^\circ$.



- a. Quel est le nom donné à ce type de paire d'angles (même position par rapport aux deux droites et à la sécante) ?
- b. Les droites (AB) et (CD) sont-elles parallèles ? Justifier à l'aide d'une propriété du cours.
- c. Si l'on prolonge indéfiniment les droites (AB) et (CD) , que peut-on dire de leur position l'une par rapport à l'autre ?

D12 Les droites sont-elles parallèles ? (2)

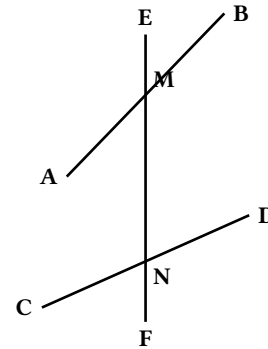
On donne $\widehat{AME} = 136^\circ$ et $\widehat{MND} = 44^\circ$.



- a. Calculer $\widehat{EMB}$.
- b. Quel est le nom de la paire d'angles $\widehat{EMB}$ et $\widehat{MND}$?
- c. Les droites (AB) et (CD) sont-elles parallèles ? Justifier.

D13 Justifier un parallélisme

Un élève affirme que les droites (AB) et (CD) sont parallèles. On a mesuré $\widehat{NMA} = 44^\circ$ et $\widehat{MND} = 66^\circ$.



- a. L'élève a-t-il raison ? Justifier.
- b. Quelle mesure faudrait-il donner à $\widehat{MND}$ pour que les droites soient réellement parallèles ?
- c. De combien de degrés faudrait-il donc modifier l'angle $\widehat{MND}$?

D14 Vrai ou faux : parallélisme et angles

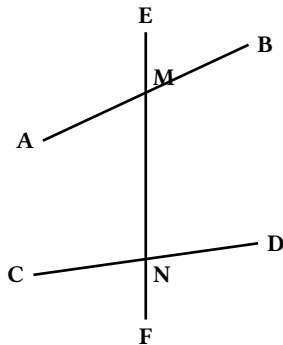
Ces affirmations sont-elles vraies ou fausses ? Justifier : par une règle du cours si l'affirmation est vraie, par un contre-exemple ou un calcul si elle est fausse.

- a. Deux angles opposés par le sommet ont toujours la même mesure.
- b. Deux angles adjacents sont toujours supplémentaires.
- c. Les droites (d_1) et (d_2) , coupées par une sécante, forment des angles alternes-internes de mesures 119° et 119° . On peut donc affirmer qu'elles sont parallèles.
- d. Si deux droites sont parallèles, tous les angles correspondants qu'elles forment avec une sécante sont égaux, quelle que soit la sécante choisie.
- e. Il suffit qu'une seule paire d'angles alternes-internes soit égale pour conclure que deux droites sont parallèles.
- f. Les droites (d_3) et (d_4) , coupées par une sécante, forment des angles correspondants de mesures 71° et 79° . On peut donc affirmer qu'elles sont parallèles.

Problèmes

D15 Les rails du tramway

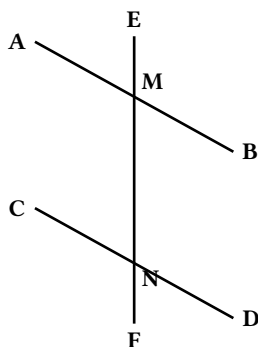
Pour vérifier que les deux rails d'une voie de tramway sont bien parallèles, un contrôleur mesure les angles qu'ils forment avec une traverse oblique qui les croise.



- Sur la première section (figure ci-dessus), il a mesuré $\widehat{NMA} = 65^\circ$ et $\widehat{MND} = 82^\circ$. Ces deux angles sont-ils alternes-internes ? Les rails de cette section sont-ils parallèles ?
- Sur une seconde section (sans figure), il a mesuré un angle de 47° et l'angle alterne-interne correspondant, de 59° . Cette section est-elle correctement posée ?
- Le chef de chantier affirme : « s'il y a un défaut, il suffit de faire pivoter légèrement un rail pour le corriger. » De combien de degrés faudrait-il faire pivoter un rail, pour chaque section en défaut ?

D16 Le store à lamelles

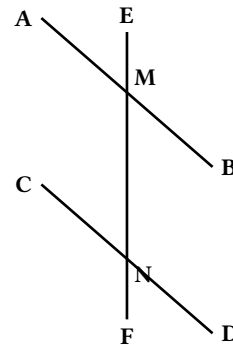
Un store à lamelles est composé de lamelles horizontales, normalement toutes parallèles entre elles. On soupçonne qu'une lamelle s'est légèrement décrochée de son inclinaison d'origine. Un support vertical du store forme une sécante avec toutes les lamelles ; on mesure l'angle obtenu avec une lamelle de référence (en haut) et avec la lamelle suspecte (en bas) : $\widehat{NMA} = 119^\circ$ et $\widehat{MND} = 119^\circ$.



- Comment peut-on savoir, à l'aide de ces deux mesures, si la lamelle du bas est vraiment mal positionnée ?
- Si elle l'est, quel angle faudrait-il obtenir, avec la même sécante, pour qu'elle redevienne parallèle aux autres ?
- Proposer une méthode pratique, sans rapporteur, qu'un technicien pourrait utiliser pour vérifier, une fois la lamelle réajustée, qu'elle est bien redevendue parallèle aux autres.

D17 La rue piétonne

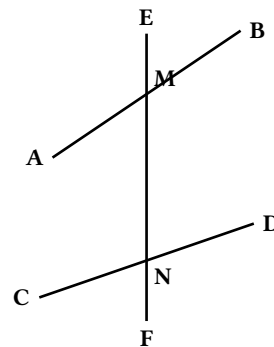
Les deux bordures d'une rue piétonne, (AB) et (CD), sont parallèles. Un passage piéton peint au sol les coupe en formant une sécante (EF), aux points M et N.



- Un technicien mesure $\widehat{NMA} = 131^\circ$. Quelle est la mesure de $\widehat{MND}$? Quelle propriété utilise-t-il ?
- Quelle est la mesure de $\widehat{EMB}$? Quelle propriété, déjà connue depuis le début du chapitre, utilise-t-on cette fois ?
- En déduire la mesure de $\widehat{MND}$ par une seconde méthode, à partir de $\widehat{EMB}$. Retrouve-t-on le même résultat qu'à la question a ?
- Enfin, quelle est la mesure de $\widehat{CNM}$?

D18 Le portillon du jardin

Un menuisier a fixé deux planches, (AB) et (CD), sur un établi, et souhaite vérifier qu'elles sont parallèles avant de les visser définitivement. Il ne peut pas les prolonger pour voir si elles se croisent : l'établi n'est pas assez grand. Il pose une règle rigide en travers des deux planches, formant une sécante (EF), et mesure deux angles avec un rapporteur : $\widehat{NMA} = 56^\circ$ et $\widehat{MND} = 71^\circ$.

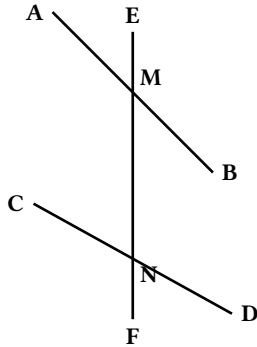


- Expliquer la méthode que peut utiliser le menuisier pour conclure, à partir de ces deux mesures, sans prolonger les planches.
- Les planches sont-elles parallèles ? Si ce n'est pas le cas, comment pourrait-il corriger la position d'une des deux planches ?

Exercices pluridisciplinaires

D19 La charpente de l'abri de jardin

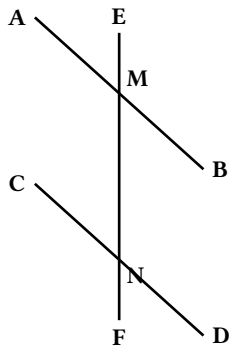
Dans la charpente d'un abri de jardin, deux pannes horizontales (AB) et (CD) doivent être parallèles. Elles sont fixées sur un arbalétrier incliné, qui joue le rôle de sécante (EF), aux points M et N.



- L'artisan mesure $\widehat{EMB} = 135^\circ$ et $\widehat{MND} = 119^\circ$. Les deux pannes sont-elles bien parallèles ?
- Si ce n'est pas le cas, quelle correction d'angle l'artisan doit-il apporter à la panne (CD) ?

D20 La rampe de skate

Sur une rampe de skateboard, les deux mains courantes (AB) et (CD) doivent être parallèles pour des raisons de sécurité. Un support diagonal (EF) les relie, en formant une sécante.



- On mesure $\widehat{NMA} = 132^\circ$ et $\widehat{MND} = 132^\circ$. Les deux mains courantes sont-elles parallèles ? Justifier.
- Le règlement impose que l'angle aigu formé par le support diagonal avec chaque main courante soit d'au moins 45° , pour que la rampe soit suffisamment rigide. Cette condition est-elle respectée ici ?

Statistiques

E1 Population, individu et caractère

Pour chacune des situations suivantes, préciser la population étudiée, l'individu, et le caractère étudié. Ce caractère est-il qualitatif ou quantitatif ?

- Un collègue a noté le moyen de transport utilisé par chaque élève pour venir en cours.
- Une infirmière scolaire a relevé la taille, en cm, de chaque élève d'une classe lors de la visite médicale.
- Un cinéma a relevé le genre de film préféré de chaque spectateur interrogé à la sortie.
- Une association a compté, dans chaque famille visitée, le nombre d'animaux de compagnie.

E2 Caractère qualitatif ou quantitatif ?

Pour chaque caractère étudié ci-dessous, indiquer s'il est qualitatif ou quantitatif.

- la langue vivante étudiée
- le nombre de frères et sœurs
- la taille, en cm
- la couleur des yeux
- le mois de naissance
- le sport pratiqué en club
- la note obtenue à un contrôle
- la marque du téléphone utilisé

E3 Ranger une série de données

Voici le nombre de buts marqués par une équipe lors de ses 10 derniers matchs :

1 ; 0 ; 5 ; 4 ; 1 ; 4 ; 0 ; 0 ; 3 ; 0

- Ranger cette série dans l'ordre croissant.
- Quelle est la plus petite valeur de la série ? La plus grande ? (Préciser l'unité : but(s).)

E4 Compléter un tableau de relevé

Un professeur relève le nombre de livres lus pendant les vacances pour 5 élèves : Noé : 4, Léna : 6, Camille : 6, Adam : 4 et Sarah : 5.

- Présenter ces données sous la forme d'un tableau à deux lignes : une ligne pour les prénoms, une ligne pour les valeurs relevées.

E5 Concevoir un questionnaire

Un club de sport veut connaître l'activité préférée de ses adhérents, parmi celles qu'il propose.

Une question fermée propose à l'avance les réponses possibles, par exemple sous la forme de cases à cocher.

- Quelle est la population étudiée ?
- Quel est le caractère étudié ? Est-il qualitatif ou quantitatif ?
- Proposer une question fermée à poser à chaque individu de cette population, avec au moins quatre réponses possibles.

E6 Regrouper des données par catégorie

Voici, dans l'ordre où elles ont été recueillies, les réponses données par 11 élèves interrogés sur l'animal de compagnie : Poisson, Poisson, Aucun, Chien, Chat, Chien, Chat, Aucun, Poisson, Chien, Aucun

- Regrouper ces réponses par catégorie dans un tableau à deux lignes, indiquant pour chaque catégorie le nombre de fois où elle apparaît.
- Quelle catégorie a été le plus souvent citée ? Le moins souvent ?

E7 Vocabulaire des effectifs

Voici les résultats d'un sondage sur la couleur préférée des élèves d'une classe.

Catégorie	Bleu	Vert	Rouge	Jaune
Effectif	3	7	6	11

- Quel est l'effectif de la catégorie « Rouge » ?
- Quel est l'effectif total de ce tableau ?
- Quelle catégorie a le plus grand effectif ? Le plus petit ?

E8 Calculer des effectifs à partir d'une liste

Un professeur principal a demandé à chacun des 13 élèves de sa classe le nombre d'animaux de compagnie. Voici les réponses, dans l'ordre où elles ont été données :

3 ; 0 ; 2 ; 0 ; 0 ; 2 ; 2 ; 2 ; 1 ; 3 ; 1 ; 3 ; 1

- Construire le tableau d'effectifs de cette série (une ligne pour les valeurs, une ligne pour les effectifs).
- Quel est l'effectif total ? Correspond-il au nombre d'élèves ?
- Combien d'élèves ont répondu au moins 1 ?

E9 Fréquences décimales et fractionnaires

Une classe de 20 élèves a voté pour le nom de la mascotte du collège.

Catégorie	Léo	Nino	Pixel	Atome
Effectif	5	4	1	10

On appelle fréquence d'une catégorie le quotient de son effectif par l'effectif total.

- Pour chaque catégorie, écrire sa fréquence sous forme d'une fraction de dénominateur 20.
- En déduire, pour chaque catégorie, sa fréquence sous forme décimale.

E10 Fréquences en pourcentage

Sur 50 clients d'un cinéma, voici le genre de film qu'ils sont venus voir.

Catégorie	Comédie	Animation	Action	Autre
Effectif	10	20	5	15

- Pour chaque catégorie, exprimer sa fréquence sous la forme « ... sur 100 », c'est-à-dire en pourcentage. (Une astuce : 50 élèves, c'est deux fois moins que 100.)
- En déduire, pour chaque catégorie, sa fréquence sous forme décimale.

E11 Compléter un tableau d'effectifs et de fréquences

Une bibliothèque a relevé le genre de 40 romans empruntés cette semaine. L'effectif total est de 40, mais une valeur du tableau a été effacée.

Catégorie	Aventure	Policier	Fantastique	Autre
Effectif	5	?	10	5

- Retrouver l'effectif manquant, celui de la catégorie « Policier ».
- Calculer la fréquence décimale de chaque catégorie.

E12 Effectif total et vérification

Un club de sport a compté ses adhérents par activité.

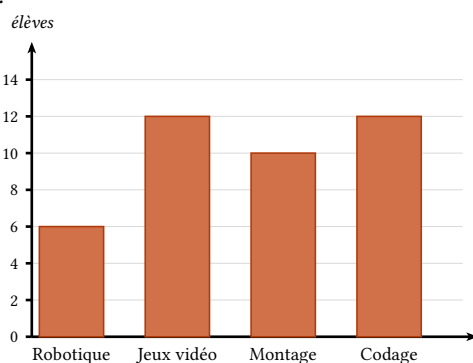
Catégorie	Natation	Judo	Escalade	Danse
Effectif	11	10	11	6

Le club annonce un effectif total de 38 adhérents.

- Ce total est-il vraisemblable ? Vérifier par le calcul.
- S'il est faux, donner le total exact.

E13 Lire un diagramme en barres

Voici le nombre d'élèves inscrits à chaque atelier du club informatique.



- Quelle est la valeur associée à « Codage » ?
- Quelle catégorie a la plus grande valeur ? La plus petite ?
- Calculer le total représenté par ce diagramme.

E14 Construire un diagramme en barres

Voici les résultats d'un sondage sur le fruit préféré des élèves d'une classe.

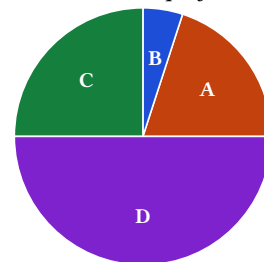
Catégorie	Pomme	Fraise	Banane	Kiwi
Valeur	13	5	14	11

Choisir une graduation de l'axe des hauteurs qui dépasse un peu la plus grande valeur du tableau, et qui soit facile à lire (par exemple de 2 en 2, ou de 5 en 5).

- Sur une feuille quadrillée (ou à l'aide d'un tableur-grapheur), construire le diagramme en barres représentant ces données.

E15 Lire un diagramme circulaire

Voici, dans un diagramme circulaire, les 20 réponses données à la question « Quel est ton dessert préféré ? ».

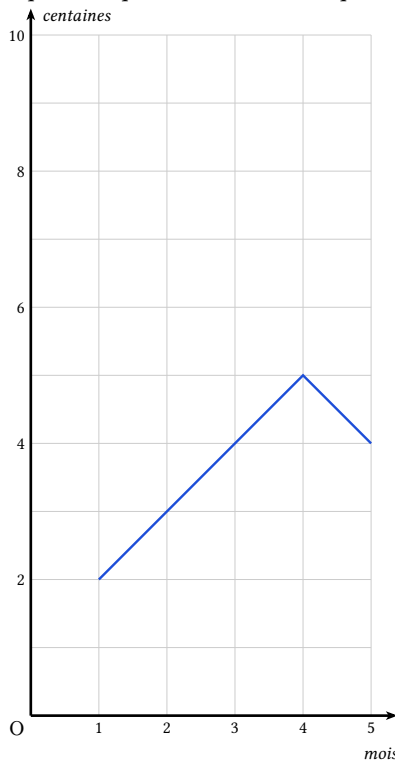


A : Fruit — B : Yaourt — C : Gâteau — D : Glace

- Quel secteur est le plus grand ? À quelle catégorie correspond-il ?
- Sans faire de calcul, ranger les quatre catégories de la plus choisie à la moins choisie, en observant seulement les secteurs.
- Le secteur le plus petit représente un vingtième des réponses. Combien d'élèves cela représente-t-il, sachant que l'effectif total est 20 ?

E16 Lire un graphique cartésien de données

Le graphique donne le nombre de centaines de visiteurs d'une piscine municipale chaque mois, de mai à septembre.



(les graduations de l'axe horizontal correspondent, dans l'ordre, à Mai, Juin, Juillet, Août et Septembre)

- Combien de centaines de visiteurs la piscine a-t-elle accueillies en Mai ?
- Quel mois la fréquentation a-t-elle été la plus élevée ? Combien de visiteurs cela représente-t-il ?
- Pendant quels mois la fréquentation a-t-elle augmenté ? Pendant lesquels a-t-elle diminué ?

E17 Construire un graphique à partir d'un tableau

Un élève a mesuré chaque semaine la masse, en grammes, d'un plant de haricot pour un exposé de SVT.

Semaine	0	1	2	3	4
Masse (g)	5	7	9	9	9

Placer la semaine en abscisse et la masse en ordonnée. Relier les points d'une semaine à l'autre par un segment.

- Sur papier quadrillé (ou à l'aide d'un tableur-grapheur), construire le graphique cartésien représentant l'évolution de la masse du plant.

E18 Choisir une représentation adaptée

Pour chaque situation, indiquer quelle représentation (tableau, diagramme en barres, diagramme circulaire ou graphique cartésien) est la mieux adaptée, et justifier en une phrase.

- Un magasin de vélos veut mettre en évidence que les ventes d'un certain modèle ont doublé entre janvier et décembre.
- Un club veut montrer la part de chaque sport pratiqué par ses adhérents, sur l'ensemble de ses inscrits.
- Un élève veut simplement noter, pour les revoir plus tard, les notes précises obtenues par tous les élèves de sa classe à un contrôle.
- Un professeur veut comparer, catégorie par catégorie, le nombre d'élèves ayant choisi chaque option facultative.

E19 Calculer une moyenne simple

Voici les notes obtenues sur 20 par 4 élèves à faire un même exercice :

13 ; 14 ; 15 ; 14

- Calculer la somme de ces valeurs.
- En déduire la moyenne de cette série. (Il y a 4 valeurs.)

E20 Lire un tableau et calculer une moyenne

Voici l'argent de poche mensuel, en euros, de 5 élèves d'un club de sport.

Élève	Ilyes	Inès	Malo	Léna	Adam
Valeur	15	17	18	15	15

- Calculer la moyenne de cette série, en détaillant les étapes.
- Combien d'élèves ont une valeur supérieure à cette moyenne ? Combien en ont une inférieure ?

E21 Retrouver une valeur manquante

Voici le temps de trajet, en minutes, de 4 élèves d'une classe : 28, 24, 27 et une quatrième valeur, effacée. La moyenne des quatre valeurs est 25 (min).

- Que vaut la somme des quatre valeurs ? Comment le sait-on ?
- Retrouver la valeur manquante.

E22 Comparer deux séries par leur moyenne

Adam et Malo ont chacun passé 4 contrôles de mathématiques ce trimestre, sur 20 points.

Adam	15	13	15	13
Malo	12	12	12	8

- Calculer la moyenne des notes de Adam, puis celle des notes de Malo.
- Qui a la meilleure moyenne ce trimestre ?

E23 Moyenne et vraisemblance

Voici les âges, en années, des 5 membres d'un club de lecture : 40, 30, 30, 29, 31.

Un élève affirme que la moyenne de cette série vaut 32 (ans).

- A-t-il raison ? Vérifier par le calcul.
- Si son affirmation est fausse, donner la moyenne exacte.

E24 Vrai ou faux sur la moyenne

Ces affirmations sont-elles vraies ou fausses ? Justifier : par un argument général si l'affirmation est vraie, par un contre-exemple si elle est fausse.

- La moyenne d'une série de notes entières est toujours un nombre entier.
- La moyenne d'une série est toujours comprise entre sa plus petite et sa plus grande valeur.
- Pour calculer une moyenne, on divise la somme des valeurs par le nombre de valeurs.
- Si toutes les valeurs d'une série valent 7, alors la moyenne de cette série vaut 7.
- La moyenne d'une série change si l'on change l'ordre dans lequel les valeurs sont écrites.
- L'effectif total d'un tableau est toujours égal à la somme des effectifs de chaque catégorie.

Problèmes

E25 Le tournoi de tir à l'arc

Lors d'un tournoi de tir à l'arc, Sarah et Malo ont chacun tiré 5 flèches, sur une cible notée de 0 à 10 points.

Sarah

- 5 points
- 3 points
- 3 points
- 4 points
- 5 points

Malo

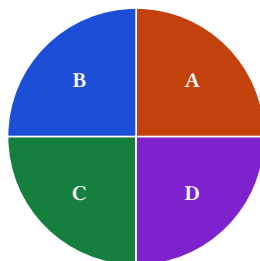
- 7 points
- 6 points
- 7 points
- 7 points
- 3 points

Pour comparer deux séries, on peut d'abord calculer et comparer leurs moyennes.

- Calculer la moyenne des points obtenus par Sarah, puis celle des points obtenus par Malo. Qui a la meilleure moyenne sur ce tournoi ?
- Comparer aussi le score le plus faible et le score le plus élevé de chaque archer. Un archer vous paraît-il plus régulier que l'autre ? Justifier.

E26 Le sondage sur les activités du mercredi

Un club propose 4 activités le mercredi après-midi. Voici le diagramme circulaire représentant les activités choisies par les 40 élèves du club, sauf pour l'activité « Autre », dont l'effectif n'est pas écrit.

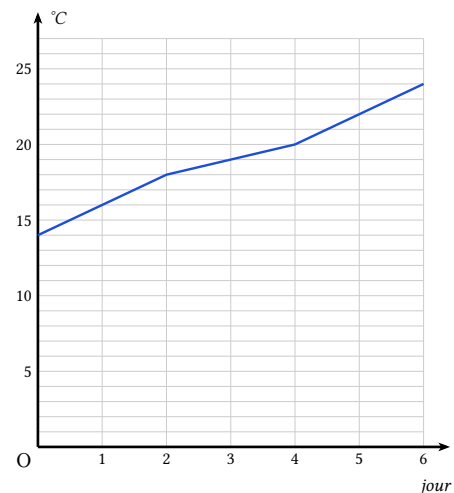
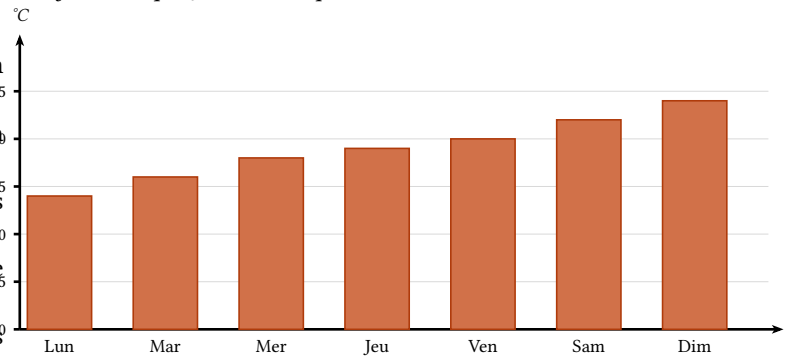


A : Théâtre (10 élèves) — B : Échecs (10 élèves) — C : Robotique (10 élèves) — D : Autre

- Combien d'élèves ont choisi l'activité « Autre » ?
- Quelle activité est la plus choisie ? La moins choisie ?
- Comment peut-on répondre à la question précédente rien qu'en observant le diagramme, sans connaître l'effectif de « Autre » ?

E27 Quel diagramme choisir ?

Voici deux représentations des mêmes relevés de température, faits chaque jour à midi pendant une semaine.



(sur le graphique du bas, les graduations horizontales correspondent, dans l'ordre, à Lun, Mar, Mer, Jeu, Ven, Sam et Dim)

- Lire la température de Mar sur le diagramme en barres, puis sur le graphique cartésien. Obtient-on la même valeur ?
- Laquelle des deux représentations permet, selon vous, de mieux voir d'un coup d'œil la **tendance** (l'évolution) de la température sur la semaine ? Justifier.
- Un article de journal veut illustrer le titre « La température n'a cessé d'augmenter cette semaine ». Laquelle des deux représentations choisiriez-vous pour l'accompagner ? Pourquoi ?

E28 Une enquête de classe

Voici, dans le désordre, le nombre de pages lues pendant les vacances par 10 élèves d'une classe :

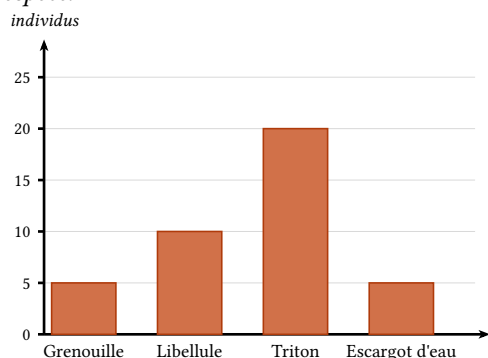
67 ; 67 ; 64 ; 71 ; 66 ; 70 ; 68 ; 65 ; 63 ; 69

- Comment présenteriez-vous ces résultats à la classe ? Que remarquez-vous ?

Exercices pluridisciplinaires

E29 La biodiversité d'une mare

Une classe a recensé 40 individus lors d'une sortie d'observation au bord d'une mare. Voici le nombre d'individus observés pour chaque espèce.



- Quel est l'effectif total observé ? Correspond-il au nombre d'individus annoncé dans l'énoncé ?
- Quelle espèce est la plus représentée dans cette mare ? Exprimer sa fréquence sous forme de pourcentage.
- Un autre groupe d'élèves a observé, dans une seconde mare, seulement 2 espèces différentes, chacune avec un effectif de 20. Laquelle des deux mares vous paraît la plus riche en biodiversité ? Justifier, sans vous appuyer uniquement sur l'effectif total.

E30 Les langues vivantes au collège

Un collège a demandé à ses 100 élèves de 5ème quelle langue vivante 2 (LV2) ils ont choisie.

Langue	Espagnol	Allemand	Italien	Autre
Effectif	50	15	10	25

- Vérifier que l'effectif total correspond bien aux 100 élèves de 5ème.
- Exprimer la fréquence de chaque langue en pourcentage. (Astuce : l'effectif total étant 100, la fréquence en pourcentage se lit directement.)
- Voici, par ailleurs, le nombre d'élèves ayant choisi l'allemand dans 5 collèges voisins : 18, 17, 17, 27, 21. Calculer la moyenne de cette série.

Addition et soustraction de nombres relatifs

F1 Additionner deux relatifs de même signe

Calculer les sommes suivantes.

- a. $(-4) + (-8)$ b. $(+7) + (+8)$
 c. $(+7) + (+12)$ d. $(-1) + (-20)$
 e. $(-3) + (-4)$ f. $(+17) + (+14)$

F2 Additionner deux relatifs de signes contraires

Calculer les sommes suivantes.

Comparer les deux valeurs absolues : le résultat a le signe de celle qui est la plus grande.

- a. $(+7) + (-3)$ b. $(+15) + (-13)$
 c. $(-12) + (+8)$ d. $(-9) + (+6)$
 e. $(+20) + (-13)$ f. $(+20) + (-14)$

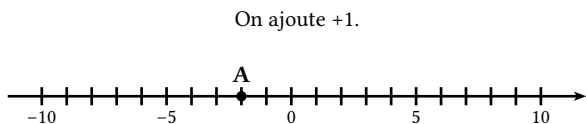
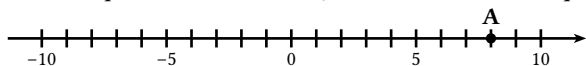
F3 Additionner des nombres décimaux relatifs

Calculer les sommes suivantes.

- a. $(-23,2) + (+8,4)$ b. $(+10,2) + (-7,3)$
 c. $(+20,2) + (-6,8)$ d. $(+8,8) + (+1,4)$
 e. $(+13,8) + (+1,9)$ f. $(-9,9) + (-7,1)$

F4 Utiliser la droite graduée pour additionner

Le point A est placé sur chaque droite graduée. Calculer l'abscisse du point obtenu en lui ajoutant le nombre indiqué.



F5 Additionner plusieurs nombres relatifs

Calculer les sommes suivantes.

- a. $(+2) + (+6) + (+4)$
 b. $(-5) + (-12) + (+2)$
 c. $(-12) + (-4) + (-4)$
 d. $(-9) + (+5) + (+10)$
 e. $(+3) + (+8) + (-4) + (+8)$

F6 Vrai ou faux sur des additions

Ces égalités sont-elles vraies ou fausses ? Justifier en calculant la somme, et corriger celles qui sont fausses.

- a. $(-6) + (-2) + (+12) = +4$
 b. $(-9) + (+12) + (+15) = +20$
 c. $(-8) + (+2) + (-9) = -15$
 d. $(-4) + (+7) + (+11) = +18$
 e. $(+3) + (+5) + (-10) = -2$
 f. $(+5) + (-4) + (-6) = -6$

F7 Soustraire deux nombres relatifs

Calculer les différences suivantes.

- a. $(-7) - (+14)$ b. $(+14) - (+18)$
 c. $(-6) - (+20)$ d. $(+14) - (-6)$
 e. $(+9) - (+2)$ f. $(-9) - (+18)$

F8 Soustraire des nombres décimaux relatifs

Calculer les différences suivantes.

- a. $(+14,6) - (+6,2)$ b. $(-2,8) - (+9,9)$
 c. $(+11,4) - (+8,4)$ d. $(+5,2) - (-12,9)$
 e. $(+6,8) - (+3,7)$ f. $(+10,4) - (+3,4)$

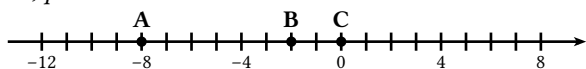
F9 Traduire une phrase par une soustraction

Traduire chaque situation par un calcul, puis le calculer.

- a. Un coureur a 5 secondes d'avance sur son poursuivant (une avance négative est un retard) ; il perd encore 10 secondes dans la dernière ligne droite. Quelle est son avance à l'arrivée ?
 b. Un plongeur est à une profondeur repérée par 2 m ; il descend encore de 11 m. À quelle profondeur se trouve-t-il désormais ?
 c. Un randonneur atteint une altitude de 15 m ; il descend ensuite de 4 m pour rejoindre le refuge. À quelle altitude se trouve le refuge ?
 d. Dans un jeu vidéo, un joueur totalise 14 points ; il en perd 3 au niveau suivant. Combien de points a-t-il désormais ?
 e. Un ascenseur s'arrête au niveau 3 (les sous-sols sont notés négativement) ; il descend encore de 9 niveaux. À quel niveau arrive-t-il ?
 f. La température est de -1°C le matin ; elle diminue de 5°C dans la journée. Quelle température fait-il l'après-midi ?

F10 Calculer un écart entre deux relatifs

Sur la droite graduée ci-dessous, lire les abscisses des points A, B et C, puis calculer les distances demandées.



- Calculer les distances AB, BC et AC.
- Que remarque-t-on sur ces trois distances ?

F11 Trouver l'erreur dans une soustraction

Voici six calculs rédigés par des élèves. Pour chacun, dire s'il est juste ou faux. S'il est faux, expliquer l'erreur et écrire le calcul correct.

- $(+15) - (-6) = +21$
- $(-2) - (-12) = -2 - 12 = -14$
- $(-7) - (+7) = 0$
- $(+9) - (-2) = +11$
- $(-9) - (+4) = +13$
- $(-6) - (-13) = -6 - 13 = -19$

F12 Variations d'altitude

Voici l'altitude relevée par un randonneur à quatre points de son parcours.

le départ du sentier : 1209 m – le premier belvédère : 1270 m – le col : 1329 m – le refuge : 1476 m

- Calculer la variation d'altitude (dénivelé) entre chaque étape et la suivante.
- Sur quelle portion la variation est-elle la plus importante ?

F13 Simplifier l'écriture d'une somme

Simplifier l'écriture de chaque somme, puis la calculer.

- | | |
|-----------------|----------------|
| a. $17 + (-15)$ | b. $6 - (+7)$ |
| c. $10 + (-2)$ | d. $2 + (+12)$ |
| e. $20 + (+7)$ | f. $12 - (+8)$ |
| g. $11 - (-15)$ | h. $3 - (-15)$ |

F14 Simplifier l'écriture d'une chaîne de termes

Simplifier l'écriture de chaque somme.

- $(+1) + (+10) + (-11)$
- $(+8) + (+7) + (-11)$
- $(-4) + (-1) + (+1)$
- $(+10) + (+5) + (+6) + (+3)$
- $(+9) + (-12) + (-15) + (+10)$
- $(+8) + (+8) + (+13) + (+12)$

F15 Pourquoi les parenthèses sont-elles indispensables ?

On considère les deux nombres relatifs 17 et -11.

- Calculer $17 - (-11)$.
- Calculer $17 - 11$ (sans parenthèses, cette fois).
- Ces deux calculs donnent-ils le même résultat ? Expliquer pourquoi les parenthèses autour de -11 ne peuvent pas être supprimées sans rien changer d'autre.
- Écrire, avec des parenthèses, un calcul dont la suppression pure et simple changerait aussi le résultat, en utilisant cette fois un signe + au lieu d'un signe - devant la parenthèse.

F16 Retrouver l'écriture avec parenthèses

Réécrire chaque somme avec des parenthèses, en faisant apparaître clairement le signe de chaque terme.

- $7 - 10 + 12$
- $10 + 2 + 2$
- $14 - 9 - 5$
- $7 + 14 - 5$
- $-5 + 3 + 12$
- $-1 - 8 + 11$

F17 Vrai ou faux sur des simplifications

Ces simplifications sont-elles correctes ? Justifier, et corriger celles qui sont fausses.

- $14 + (-13) = 14 + 13$
- $2 + (+9) = 2 + 9$
- $13 + (+10) = 13 + 10$
- $4 - (-14) = 4 - 14$
- $17 + (-3) = 17 + 3$
- $3 - (+11) = 3 - 11$

F18 Trouver l'erreur dans une simplification

Ces simplifications sont-elles correctes ? Si l'une d'elles est fautive, écrire la bonne.

- $(-2) + (-5) + (+13) = -2 - 5 + 13$
- $(-10) + (-15) + (+2) = -10 - 15 - 2$
- $(+8) + (-11) + (+11) = 8 + 11 + 11$
- $(+11) + (+3) + (+11) = 11 - 3 + 11$
- $(+13) + (+6) + (-6) = 13 - 6 - 6$
- $(-12) + (+2) + (-6) = -12 + 2 - 6$

F19 Enchaîner additions et soustractions

Calculer, en détaillant les étapes.

- $9,9 + 11,9 - 8,6$
- $2,3 + 9,8 - 5,4$
- $-5,6 + 6,6 - 3,9$
- $-11,5 - 11,4 - 12,4$
- $-6,8 - 8,1 + 6,9$

F20 Calculer une expression avec des parenthèses

Calculer, en commençant par la parenthèse.

- $+2 - (3 - 15)$
- $-9 - (4 + 1)$
- $-9 + (9 + 15)$
- $-3 + (8 + 7)$
- $+5 + (6 + 13)$
- $+11 + (9 - 6)$

F21 Retrouver un nombre de départ

On part d'un nombre relatif inconnu. On lui applique le programme ci-dessous, et on obtient le résultat indiqué. Retrouver le nombre de départ.

a.

- + 2
- + 13

Résultat : +2

c.

- - 8
- + 12

Résultat : -10

e.

- - 10
- + 8

Résultat : -18

b.

- - 8
- + 6

Résultat : +16

d.

- - 11
- + 6

Résultat : -13

f.

- - 12
- + 14

Résultat : -1

F22 Comparer deux enchainements

Pour chaque paire, calculer les deux enchainements puis les comparer avec $<$, $>$ ou $=$.

a. $-1 - 13 - 15$ et $-3 - 7 + 1$

b. $15 - 12 + 2$ et $3 + 11 + 14$

c. $7 - 14 - 12$ et $-15 - 14 + 2$

F23 Problèmes simples avec des relatifs

Calculer la valeur finale dans chaque situation.

a. Un thermomètre affiche -2°C . La température diminue de 7°C , puis augmente encore de 10°C . Quelle température affiche le thermomètre à la fin ?

b. Un ballon-sonde est à une altitude repérée par 19 m. Il monte de 8 m, puis descend encore de 1 m. À quelle altitude se trouve-t-il à la fin ?

c. Au premier tour d'un jeu, un joueur a -7 points. Il gagne 7 points au deuxième tour, puis gagne encore 6 points au troisième tour. Combien de points a-t-il à la fin des trois tours ?

d. Le niveau d'un bassin est repéré par -7 cm par rapport à son bord. Il descend de 1 cm après une averse, puis descend encore de 1 cm après une journée de soleil. Quel est le niveau final ?

e. Sur un jeu de plateau, un pion est sur la case -9 . Il avance de 8 cases, puis recule encore de 1 case. Sur quelle case termine-t-il ?

F24 Un enchainement en plusieurs étapes

Sarah participe à un jeu en cinq manches. Voici les points gagnés ou perdus à chaque manche : -4 , $+7$, -2 , -3 , -3 .

a. Quel est le score final de Sarah après les cinq manches ?

b. Quelle est la meilleure manche ? La pire ?

c. Après combien de manches elle passe-t-il pour la première fois du côté des points négatifs (ou n'y passe-t-il jamais) ?

Problèmes

F25 Le concours de fléchettes

Léna et Inès disputent un concours de fléchettes en quatre manches. Une cible ratée fait perdre des points. Voici les points marqués à chaque manche.

Léna

- +4 points
- -10 points
- +3 points
- -3 points

Inès

- +8 points
- -2 points
- +2 points
- +7 points

|| Calculer le score total de chaque joueur avant de les comparer.

a. Calculer le score final de Léna et celui de Inès.

b. Qui remporte le concours ? Avec combien de points d'avance ?

F26 Le niveau de la citerne

Une citerne de récupération d'eau de pluie contient 150 L le dimanche soir. Voici les variations de son niveau chaque jour suivant (pluie, arrosage, petite fuite...) : lundi -18 L ; mardi -18 L ; mercredi -16 L ; jeudi -4 L ; vendredi $+55$ L.

a. Quel est le niveau de la citerne chaque soir, du lundi au vendredi ?

b. Quel jour le niveau a-t-il le plus baissé ? Quel est, au final, le niveau du vendredi soir par rapport à celui du dimanche soir ?

F27 Les entrées et sorties du stade

Avant le coup d'envoi, 895 spectateurs sont déjà dans les tribunes. Voici ensuite les entrées et sorties enregistrées aux portillons. à la mi-temps -159 spectateurs ; au retour des vestiaires -292 spectateurs ; à un quart d'heure de la fin $+61$ spectateurs ; au coup de sifflet final -97 spectateurs.

a. Calculer le nombre de spectateurs présents à chacun de ces instants.

b. Le stade est-il le plus rempli au coup de sifflet final ? Justifier.

F28 Répartir des cartes numériques

Sept cartes portent chacune un nombre relatif : $+6$, -3 , -3 , -7 , $+9$, -6 , -9 . Sarah et Ilyes veulent se les partager (chacun reçoit des cartes, toutes les cartes sont distribuées), de façon que la somme des cartes de l'un soit **aussi proche que possible** de la somme des cartes de l'autre.

a. Proposer une répartition des sept cartes entre les deux joueurs.

b. Calculer la somme obtenue par chacun. Quel est l'écart entre les deux sommes ?

c. Peut-on faire mieux ? Comment en être sûr ?

Exercices pluridisciplinaires

F29 Les variations de température

Au début d'une expérience, un thermomètre indique -8°C . Voici les variations de température mesurées toutes les cinq minutes : $+3^{\circ}\text{C}$, $+10^{\circ}\text{C}$, $+4^{\circ}\text{C}$, -8°C .

- Calculer la température relevée après chaque variation.
- Quelle est la variation totale de température sur toute l'expérience ? À quelle étape la température a-t-elle le plus varié (en valeur absolue) ?

F30 Les mouvements sur un compte bancaire

Le compte de l'association de Sarah affiche un solde de 30 €.

Voici les quatre opérations suivantes.

remboursement d'une avance : $+49\text{ €}$ — cotisations reçues : -51 € — vente d'objets fabriqués : $+28\text{ €}$ — recette d'une vente : $+47\text{ €}$

- Calculer le solde du compte après chacune de ces opérations.
- Le compte est-il passé à découvert (solde négatif) ? Si oui, après quelle opération ?

Triangles

G1 Vocabulaire et classification des triangles

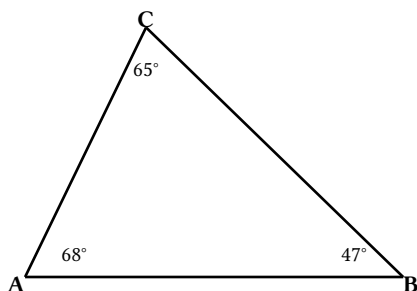
Un triangle est **équilatéral** si ses trois côtés sont égaux, **isocèle** s'il a deux côtés égaux, **rectangle** s'il a un angle droit, et **scalène** (ou quelconque) si ses trois côtés ont des longueurs différentes.

- a. Ses côtés mesurent 5 cm, 5 cm et 3 cm. Quelle est la nature de ce triangle ?
 b. Il possède un angle droit, formé par deux côtés de 8 cm et 3 cm. Quelle est la nature de ce triangle ?
 c. Ses trois côtés mesurent 9 cm. Quelle est la nature de ce triangle ?
 d. Ses côtés mesurent 3 cm, 5 cm et 7 cm. Quelle est la nature de ce triangle ?

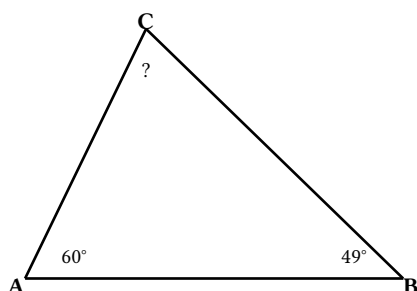
G2 Vérifier la somme des angles d'un triangle

Dans un triangle, la somme des trois angles vaut toujours 180° .

- a. Dans le triangle ABC ci-dessous, vérifier que la somme de ses trois angles vaut bien 180° .



- b. Dans ce second triangle ABC, l'angle en C n'est pas indiqué. Calculer sa mesure.



G3 Calculer un angle manquant

Dans chaque triangle ABC, calculer la mesure de l'angle en C.

- a. $\angle A = 59^\circ$ et $\angle B = 75^\circ$.
 b. $\angle A = 44^\circ$ et $\angle B = 33^\circ$.
 c. $\angle A = 88^\circ$ et $\angle B = 73^\circ$.
 d. $\angle A = 69^\circ$ et $\angle B = 30^\circ$.

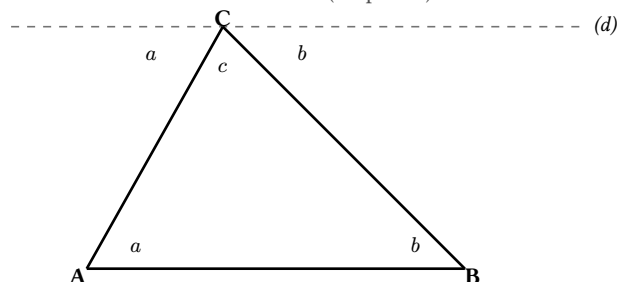
G4 Démontrer la somme des angles d'un triangle

Soit un triangle ABC. On trace la droite (d) passant par C et parallèle à (AB) : $\angle a$ désigne la mesure de l'angle en A, $\angle b$ celle de l'angle en B, et $\angle c$ celle de l'angle $\angle ACB$ du triangle.

Construction

- Tracer le triangle ABC.
- Tracer la droite (d) passant par C, parallèle à (AB).

Une sécante qui coupe deux droites parallèles forme des angles alternes-internes de même mesure (chapitre 4).

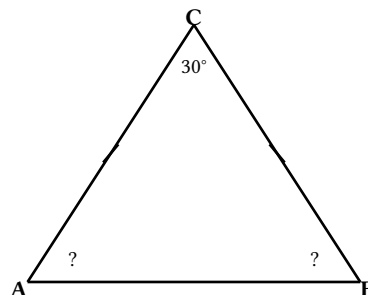


- a. La droite (AC) est sécante à (d) et à (AB), qui sont parallèles. Quels angles alternes-internes forme-t-elle ? Que peut-on en déduire sur l'angle formé en C, à gauche de (CA), sur la droite (d) ?
 b. Même question avec la droite (BC), sécante à (d) et à (AB) : que vaut l'angle formé en C, à droite de (CB), sur la droite (d) ?
 c. Sur la droite (d), trois angles se suivent en C : celui de gauche (égal à $\angle a$), l'angle $\angle c$ du triangle, et celui de droite (égal à $\angle b$). Pourquoi leur somme vaut-elle 180° ?
 d. En déduire la somme des trois angles du triangle ABC.
 e. Application : si $\angle a = 76^\circ$ et $\angle b = 51^\circ$, que vaut $\angle c$?

G5 Angles dans un triangle isocèle ou équilatéral

Dans un triangle isocèle, les deux angles à la base (c'est-à-dire opposés aux deux côtés égaux) ont la même mesure.

- a. Le triangle ABC ci-dessous est isocèle en C. Calculer la mesure de chacun des deux angles à la base.



- b. Un autre triangle DEF est isocèle en F, et l'un de ses angles à la base mesure 46° . Calculer la mesure de l'angle au sommet F.
 c. Un triangle équilatéral a ses trois côtés égaux, donc ses trois angles à la base sont égaux deux à deux, quel que soit le côté choisi comme base. Que vaut alors chacun de ses trois angles ? Justifier.

G6 La condition d'existence d'un triangle

Pour que trois longueurs puissent être les côtés d'un même triangle, il faut que la plus grande soit strictement inférieure à la somme des deux autres. C'est l'**inégalité triangulaire**.

- a. Peut-on construire un triangle dont les côtés mesurent 3 cm, 4 cm et 5 cm ? Justifier.
 b. Peut-on construire un triangle dont les côtés mesurent 5 cm, 6 cm et 7 cm ? Justifier.
 c. Peut-on construire un triangle dont les côtés mesurent 3 cm, 8 cm et 4 cm ? Justifier.
 d. Peut-on construire un triangle dont les côtés mesurent 2 cm, 7 cm et 3 cm ? Justifier.

G7 Construire un triangle connaissant ses trois côtés

On veut construire un triangle ABC tel que $AB = 6$ cm, $AC = 9$ cm et $BC = 11$ cm.

Programme de construction

- Tracer le segment [BC], de 11 cm.
- Tracer l'arc de cercle de centre B et de rayon 6 cm (les points possibles pour A, à 6 cm de B).
- Tracer l'arc de cercle de centre C et de rayon 9 cm (les points possibles pour A, à 9 cm de C).
- Placer A à l'intersection des deux arcs, et tracer le triangle.

- a. Réaliser cette construction à la règle et au compas.
 b. D'après les longueurs des trois côtés, quelle est la nature de ce triangle ?
 c. Mesurer au rapporteur les trois angles du triangle obtenu. Que peut-on dire de leur somme ?

G8 Construire un triangle connaissant deux côtés et l'angle compris

On veut construire un triangle ABC tel que $AB = 8$ cm, $AC = 7$ cm et $\angle BAC = 50^\circ$.

Programme de construction

- Tracer un segment [AB] de 8 cm.
- Avec le rapporteur, tracer depuis A une demi-droite formant un angle de 50° avec [AB].
- Sur cette demi-droite, placer C tel que $AC = 7$ cm.
- Tracer le segment [BC] pour terminer le triangle.

- a. Réaliser cette construction à la règle, à l'équerre et au rapporteur.
 b. Mesurer les deux autres angles du triangle. Vérifier que leur somme avec l'angle en A fait bien 180° .

G9 Construire un triangle connaissant un côté et deux angles

On veut construire un triangle ABC tel que $BC = 8$ cm, $\angle ABC = 56^\circ$ et $\angle ACB = 72^\circ$.

- a. Avant de construire, calculer la mesure de l'angle $\angle BAC$, pour vérifier qu'il est possible de le tracer.
 b. Réaliser la construction : tracer [BC], puis les demi-droites issues de B et de C formant les angles donnés, du même côté du segment [BC]. A est leur point d'intersection.

G10 Construire un triangle rectangle

On veut construire un triangle ABC, rectangle en A, tel que $AB = 4$ cm et $AC = 3$ cm.

Programme de construction

- Tracer le segment [AB] de 4 cm.
- Avec l'équerre, tracer depuis A la demi-droite perpendiculaire à (AB).
- Sur cette demi-droite, placer C tel que $AC = 3$ cm.
- Tracer le segment [BC] pour terminer le triangle.

- a. Réaliser cette construction à la règle et à l'équerre.
 b. Calculer le périmètre du triangle ABC ainsi obtenu.

G11 Construire un triangle isocèle connaissant sa base et un angle

On veut construire un triangle ABC isocèle en A, de base $BC = 6$ cm, sachant que l'angle en B mesure 38° .

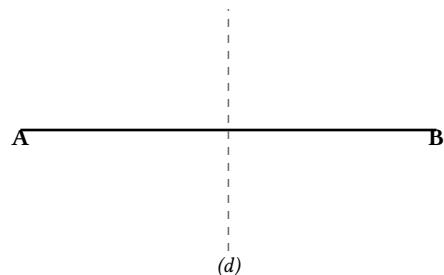
- a. Que peut-on dire de l'angle en C, puisque le triangle est isocèle en A ? Calculer alors l'angle en A.
 b. Réaliser la construction : tracer [BC], puis les demi-droites issues de B et de C formant, chacune, un angle de 38° avec [BC], du même côté du segment. A est leur point d'intersection.

G12 Tracer la médiatrice d'un segment

La **médiatrice** d'un segment [AB] est la droite perpendiculaire à [AB] et qui passe par son milieu. C'est aussi l'ensemble de tous les points équidistants de A et de B.

Programme de construction

- Tracer l'arc de cercle de centre A et de rayon supérieur à la moitié de [AB].
- Tracer l'arc de cercle de centre B, avec le même rayon.
- Les deux arcs se coupent en deux points : la droite qui les joint est la médiatrice de [AB].



- a. Tracer un segment [AB] de 10 cm, puis construire sa médiatrice (d) au compas, en suivant le programme ci-dessus.
 b. Un point M de la droite (d) vérifie $MA = 8$ cm. Que vaut MB ? Justifier sans mesurer.

G13 Utiliser la propriété d'équidistance de la médiatrice

A et B sont deux points fixés. On considère plusieurs points, et on donne leur distance à A et à B.

- Le point M vérifie $MA = 4,1$ cm et $MB = 4,1$ cm. M appartient-il à la médiatrice de $[AB]$? Justifier.
- Le point N vérifie $NA = 2,9$ cm et $NB = 4,2$ cm. N appartient-il à la médiatrice de $[AB]$? Justifier.
- de Léna affirme : « P appartient à la médiatrice de $[AB]$, et $PA = 5,1$ cm. » Que peut-on en déduire pour PB, sans aucune autre mesure ?

G14 Construire le cercle circonscrit à un triangle

Le cercle circonscrit à un triangle est le cercle qui passe par ses trois sommets. Son centre est équidistant des trois sommets.

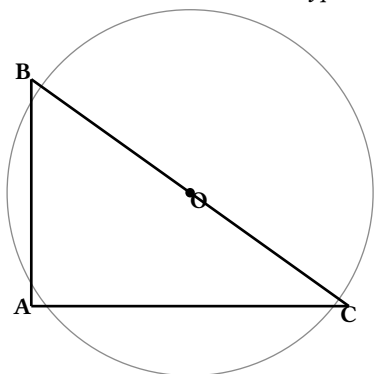
Programme de construction

- Construire un triangle ABC tel que $AB = 6$ cm, $AC = 9$ cm et $BC = 7$ cm.
- Tracer les médiatrices des trois côtés $[AB]$, $[AC]$ et $[BC]$.
- Nommer O leur point de concours, et tracer le cercle de centre O passant par A.

- Réaliser cette construction.
- Vérifier que le cercle tracé passe bien par B et par C.
- Le point O, où se coupent les médiatrices de $[AB]$ et de $[AC]$, est équidistant de A et de B (car il est sur la médiatrice de $[AB]$), et équidistant de A et de C (car il est sur la médiatrice de $[AC]$). Que peut-on en déduire sur les distances OB et OC ? En déduire que O appartient aussi à la médiatrice de $[BC]$.

G15 Le cercle circonscrit d'un triangle rectangle

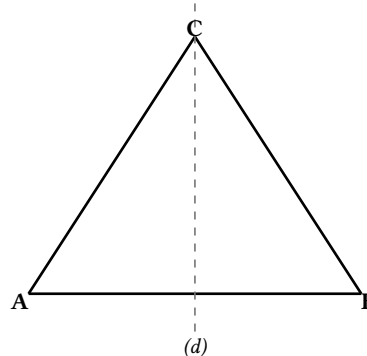
ABC est un triangle rectangle en A. On admet que le centre O de son cercle circonscrit est le milieu de l'hypoténuse $[BC]$.



- Sachant que $BC = 10$ cm, quel est le rayon du cercle circonscrit à ABC ?
- O appartient-il à l'intérieur du triangle, à l'extérieur, ou sur l'un de ses côtés ?

G16 Médiatrice et triangle isocèle

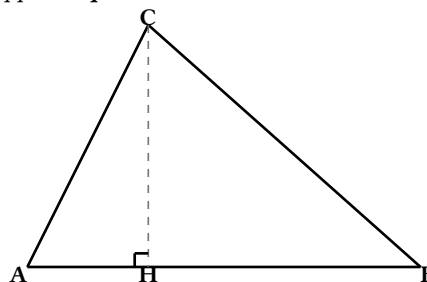
ABC est un triangle isocèle en C : $CA = CB = 10$ cm.



- Que peut-on dire du point C par rapport aux points A et B, d'après les longueurs données ?
- En déduire que C appartient à la médiatrice de $[AB]$.
- La droite (d), tracée en pointillés, est la médiatrice de $[AB]$. D'après la question précédente, que peut-on dire des points A, B et C, si on la prolonge ?

G17 Vocabulaire et tracé des hauteurs

*La hauteur issue d'un sommet d'un triangle est la droite perpendiculaire au côté opposé (ou à son prolongement), passant par ce sommet. Elle coupe ce côté — ou son prolongement — en un point appelé le **pied** de la hauteur.*

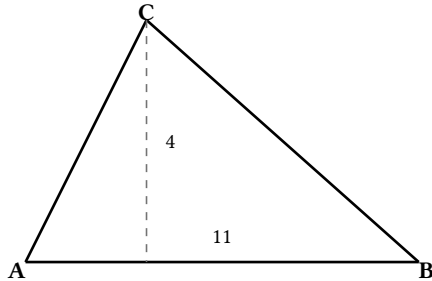


- Sur la figure ci-dessus, quel est le sommet dont la hauteur a été tracée ? Quel est son pied ?
- Tracer un triangle DEF quelconque, puis construire à l'équerre ses trois hauteurs.
- GHI est un triangle rectangle en G, avec $GH = 4$ cm et $GI = 6$ cm. Quelle est la hauteur issue de H ? Celle issue de I ? (Elles sont déjà tracées, sans qu'il soit besoin de sortir l'équerre.)

G18 Calculer l'aire d'un triangle

L'aire d'un triangle se calcule avec la formule $A = \frac{b \times h}{2}$, où b est la longueur d'un côté (la base) et h la longueur de la hauteur relative à ce côté.

- a. Calculer l'aire du triangle ABC ci-dessous. Les longueurs sont en centimètres.



- b. Calculer l'aire d'un triangle de base 7 cm et de hauteur 6 cm.
c. Calculer l'aire d'un triangle de base 9 cm et de hauteur 4 cm.

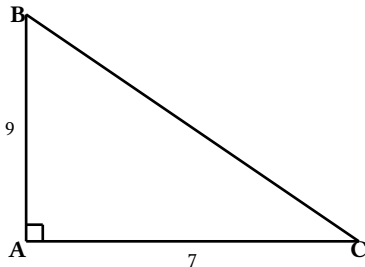
G19 Trouver une dimension manquante connaissant l'aire

Pour chaque triangle, une dimension manque : la retrouver à partir de l'aire et de l'autre dimension.

- a. Aire 48 cm², base 8 cm : trouver la hauteur.
b. Aire 21 cm², base 7 cm : trouver la hauteur.
c. Aire 30 cm², hauteur 12 cm : trouver la base.
d. Aire 32 cm², hauteur 8 cm : trouver la base.

G20 Aire d'un triangle rectangle

Dans un triangle rectangle, les deux côtés de l'angle droit sont, l'un pour l'autre, base et hauteur.

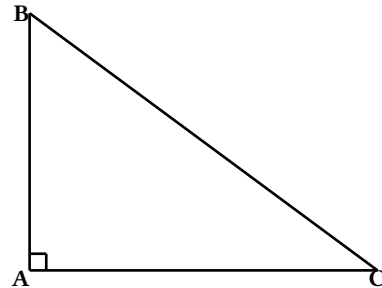


- a. Calculer l'aire du triangle ABC ci-dessus (longueurs en centimètres).
b. d'Inès possède un terrain triangulaire, rectangle, dont les deux côtés de l'angle droit mesurent 12 m et 14 m. Quelle est l'aire de ce terrain, en m² ?

G21 Les hauteurs d'un triangle sont concourantes

On admet que, dans tout triangle, les trois hauteurs sont **concourantes** : elles se coupent toutes en un même point, appelé l'**orthocentre** du triangle.

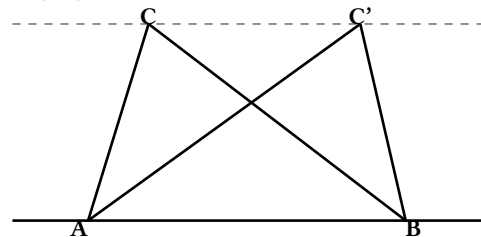
- a. Le triangle ABC ci-dessous est rectangle en A. Quelle est la hauteur issue de B ? Celle issue de C ? (Revoir l'exercice 17 si besoin.) En déduire le point où se coupent ces deux hauteurs. Où se trouve donc l'orthocentre d'un triangle rectangle ?



- b. DEF est un triangle isocèle en D, de base 6 cm. D'après l'exercice 16, la médiatrice de [EF] passe par D : que peut-on dire de la hauteur issue de D, par rapport à cette médiatrice ? Sur quelle droite l'orthocentre de DEF se trouve-t-il forcément ?

G22 Comparer des aires de triangles de même base

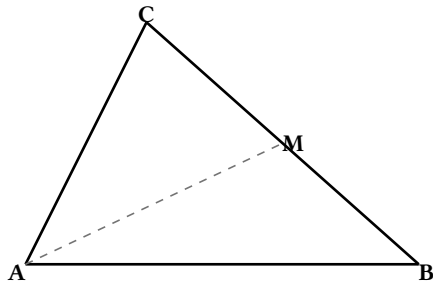
[AB] est un segment fixé. C et C' sont deux points d'une droite parallèle à (AB).



- a. Les triangles ABC et ABC' ont-ils la même base ? La même hauteur relative à cette base ? Justifier à l'aide du parallélisme.
b. Que peut-on en déduire sur leurs aires ?
c. Sachant que AB = 10 cm et que la distance entre les deux droites parallèles est de 12 cm, calculer cette aire commune.

G23 Vocabulaire et tracé des médianes

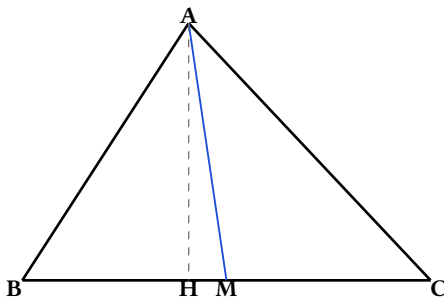
La **médiane** issue d'un sommet d'un triangle est le segment qui joint ce sommet au milieu du côté opposé.



- Sur la figure ci-dessus, quel est le sommet dont la médiane a été tracée ? Sachant que $BC = 9$ cm, quelle est la longueur BM ?
- Tracer un triangle DEF quelconque, puis construire ses trois médianes (en plaçant chaque milieu au compas, comme pour une médiatrice).

G24 Démontrer qu'une médiane partage un triangle en deux aires égales

ABC est un triangle, M le milieu de $[BC]$, et H le pied de la hauteur issue de A . La médiane $[AM]$ partage ABC en deux triangles, ABM et ACM .



- Comparer les longueurs BM et CM . Justifier.
- $[AH]$ est la hauteur issue de A dans le triangle ABC . Est-elle aussi la hauteur issue de A dans le triangle ABM ? Dans le triangle ACM ? Justifier.
- Écrire l'aire de ABM en fonction de BM et AH , puis l'aire de ACM en fonction de CM et AH . Que peut-on en déduire ?
- Application : sachant que $BC = 8$ cm et que la hauteur issue de A mesure 8 cm, calculer l'aire de ABC , puis celle de ABM .

G25 Calculer des aires à partir d'une médiane

Dans chaque triangle, une médiane est tracée depuis un sommet.

- Un triangle ABC a une aire de 32 cm^2 . M est le milieu de $[BC]$. Quelle est l'aire du triangle ABM ?
- de Malo a tracé la médiane $[AM]$ d'un triangle ABC . Le triangle ABM obtenu a une aire de 26 cm^2 . Quelle est l'aire du triangle ABC tout entier ?

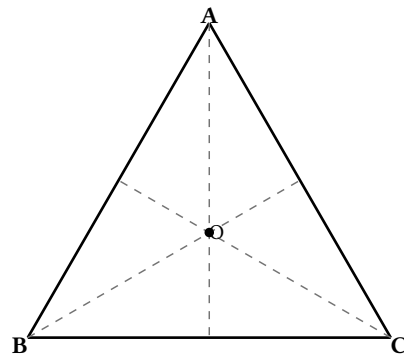
G26 Médiane dans un triangle isocèle

ABC est un triangle isocèle en A . M est le milieu de $[BC]$, et $[AM]$ est la médiane issue de A .

- D'après l'exercice 16, la médiatrice de $[BC]$ passe par A . Or M , le milieu de $[BC]$, appartient lui aussi à cette médiatrice. Que peut-on en déduire sur la droite (AM) ?
- D'après l'exercice 21, dans un triangle isocèle, la hauteur issue du sommet principal est confondue avec la médiatrice de la base. Que peut-on alors dire de la médiane $[AM]$ par rapport à cette hauteur ?
- Sachant que $BC = 7$ cm et que $AM = 12$ cm, calculer l'aire du triangle ABC , puis celle du triangle ABM .

G27 Triangle équilatéral : médiatrices, hauteurs et médianes

ABC est un triangle équilatéral de 14 cm de côté. Ses trois médianes sont tracées ci-dessous ; elles se coupent toutes en un même point O .



- Un triangle équilatéral est isocèle depuis chacun de ses trois sommets (par exemple isocèle en A , avec $AB = AC$). D'après l'exercice 26, que représente alors, pour chaque sommet, la médiane qui en est issue ? Citer les **trois** droites qui lui sont confondues.
- En déduire que le centre O du cercle circonscrit à ABC (exercice 14) est aussi le point où se coupent les trois hauteurs (exercice 21) et les trois médianes.
- Une médiane partage ABC en deux triangles de même aire (exercice 24). Sachant que l'aire totale de ABC est de 50 cm^2 , quelle est l'aire de chacun des deux triangles formés par une médiane ?

Problèmes

G28 Le champ triangulaire

d'Inès possède un champ triangulaire ABC . L'angle en B mesure 49° , l'angle en C mesure 74° . Le côté $[BC]$ mesure 56 m , et la hauteur issue de A mesure 26 m .

Revoir, si besoin, la partie 1 pour le premier calcul, la partie 4 pour le second, et la partie 5 pour la question sur la clôture.

- Quelle est la mesure de l'angle en A ?
- Quelle est l'aire du champ ABC , en m^2 ?
- d'Inès veut planter une haie rectiligne qui partage le champ en deux parties de surfaces **égales**, pour le partager avec un voisin. D'où doit partir cette haie, et où doit-elle arriver ? Justifier sans calculer les surfaces.
- d'Inès hésite : planter la haie le long de la hauteur issue de A donnerait-elle, elle aussi, deux surfaces égales ? Cela dépend-il de la forme du triangle ABC ?

G29 L'antenne relais

Trois villages A , B et C sont reliés par des routes rectilignes. La route de B à A est perpendiculaire à celle de B à C : $AB = 5\text{ km}$, $BC = 12\text{ km}$, et un géomètre a mesuré $AC = 13\text{ km}$. Un opérateur téléphonique veut installer une antenne à égale distance des trois villages.

- Décrire une construction géométrique qui permette de trouver l'emplacement de cette antenne, sans mesurer de distance aux villages.
- Le triangle ABC formé par les trois villages est rectangle en B . D'après ce que l'on sait du cercle circonscrit à un triangle rectangle, où se trouve exactement l'antenne ?
- En déduire la distance entre l'antenne et chacun des trois villages.

G30 Le partage du terrain

Adam et Inès héritent d'un terrain triangulaire ABC , et veulent le partager en deux parcelles de surfaces **égales**, séparées par une clôture rectiligne. On sait que $BC = 66\text{ m}$, et que la hauteur issue de A mesure 30 m .

- Le géomètre propose de tracer la clôture depuis A jusqu'au milieu de $[BC]$. Pourquoi cela garantit-il deux surfaces égales ?
- Calculer l'aire totale du terrain ABC , puis celle de chacune des deux parcelles.
- Adam se demande si le géomètre aurait pu, à la place, tracer la clôture depuis B jusqu'au milieu de $[AC]$. Le partage aurait-il été tout aussi équitable ? Justifier.

G31 Le parterre de fleurs

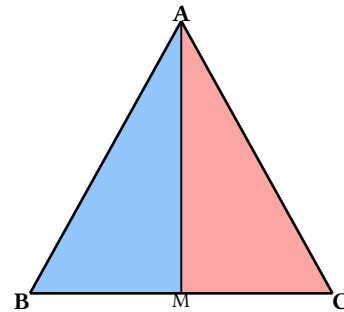
Un jardinier veut créer un parterre de fleurs triangulaire, en s'appuyant sur un mur rectiligne déjà existant, qui mesure 7 m . Pour que le parterre soit symétrique, les deux autres côtés doivent avoir la même longueur. Le jardinier dispose de 12 m de bordure, à utiliser en totalité ou en partie pour ces deux côtés (le mur n'a pas besoin de bordure). Enfin, l'aire du parterre doit être d'au moins 8 m^2 .

Proposer des dimensions pour ce parterre qui respectent toutes ces contraintes, réaliser la construction à l'échelle 1 cm pour 1 m , et vérifier sur cette construction que chaque contrainte est bien respectée. Justifier chaque choix.

Exercices pluridisciplinaires

G32 Un vitrail triangulaire

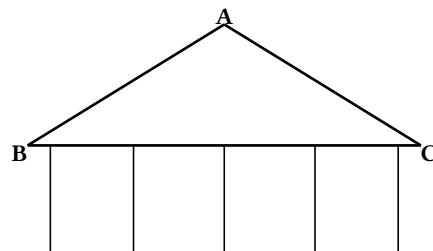
Un vitrailiste conçoit un vitrail en forme de triangle isocèle en A , posé sur une base $[BC]$ horizontale de 8 dm , avec une hauteur issue de A de 12 dm . Le verre bleu remplit le triangle ABM , le verre rouge remplit le triangle ACM , où M est le milieu de $[BC]$.



- Quelle est l'aire totale de verre nécessaire pour ce vitrail, en dm^2 ?
- Le triangle ABM et le triangle ACM ont-ils la même aire ? Justifier sans les calculer séparément.
- Le vitrailiste affirme que la droite (AM) est un axe de symétrie du contour du vitrail. A-t-il raison ? Justifier à l'aide de la nature du triangle ABC .

G33 Le fronton du temple

De nombreux monuments antiques, ou construits « à l'antique » comme le Panthéon de Paris, portent au-dessus de leurs colonnes un **fronton** triangulaire. On étudie ici un fronton ABC , isocèle en A , dont la base $[BC]$ mesure 18 m et dont la hauteur issue de A mesure 4 m .



- Une équipe de restaurateurs doit recouvrir d'une fine feuille d'or toute la surface du fronton. Quelle aire, en m^2 , doivent-ils recouvrir ?
- Les archives indiquent que l'angle en B mesure 15° . Quelle est la mesure de l'angle au sommet, en A ?

Proportionnalité

H1 Tester un tableau avec les quotients

Pour chacun des deux tableaux, calculer le quotient (grandeur 2) ÷ (grandeur 1) de chaque colonne, puis dire si le tableau est un tableau de proportionnalité.

Un tableau est de proportionnalité si et seulement si tous les quotients obtenus sont égaux.

a. Tableau 1 :

Grandeur 1	2	8	9
Grandeur 2	8	32	36

b. Tableau 2 :

Grandeur 1	2	8	9
Grandeur 2	14	32	36

H2 Proportionnel ou non ? (situations concrètes)

Pour chaque situation, dire si les deux grandeurs sont proportionnelles. Justifier brièvement.

- Le nombre de photocopies imprimées et la quantité de papier consommée.
- Le côté d'un carré et son aire.
- Le prix payé et le nombre de baguettes achetées, toutes au même prix.
- La distance réelle entre deux villes et la distance sur une carte à une échelle donnée.
- Le prix d'un abonnement de téléphone avec un forfait fixe, et le nombre de minutes appelées au-delà.
- L'âge d'une personne et sa taille.
- Le nombre d'années écoulées et la population d'une ville.
- La distance parcourue par un cycliste roulant à vitesse constante et la durée du trajet.

H3 Tester avec les produits en croix

Un tableau à deux colonnes est de proportionnalité si et seulement si les produits en croix sont égaux. Dans un tableau

Grandeur 1	a	c
Grandeur 2	b	d

, il faut comparer $a \times d$ et $b \times c$.

- Pour ce tableau, calculer les deux produits en croix, puis dire s'il est de proportionnalité :

Grandeur 1	3	14
Grandeur 2	12	56

b. Même question pour celui-ci :

Grandeur 1	3	14
Grandeur 2	12	59

H4 Une part fixe qui casse la proportionnalité

Un loueur de vélos propose deux formules pour la location à l'heure.

- Formule A : 4 € par heure, sans frais supplémentaires. Compléter le tableau donnant le prix payé pour les durées suivantes, puis dire si cette formule est proportionnelle à la durée.

Durée (h)	1	2	6
Prix (€)	...	...	...

- Formule B : 8 € de caution au départ, puis 4 € par heure. Faire de même.

Durée (h)	1	2	6
Prix (€)	...	...	...

H5 Vrai ou faux sur la proportionnalité

Pour chaque affirmation, dire si elle est vraie ou fausse. Justifier.

- Si deux grandeurs sont proportionnelles, leur somme l'est aussi à une troisième grandeur, à condition que chacune le soit séparément.
- Si l'on double une grandeur, l'autre grandeur double aussi.
- Un tableau où une des deux grandeurs vaut toujours 0 est un tableau de proportionnalité.
- Une situation avec un tarif fixe, même petit, ne peut jamais être proportionnelle.
- Un tableau de trois colonnes où deux quotients sur trois sont égaux est forcément un tableau de proportionnalité.

H6 Associer un tableau à sa situation

Pour une fête, on prévoit 20 cl de jus de fruits par invité. Un seul des trois tableaux suivants correspond à cette règle.

a. Tableau A :

Invités	2	3	4
Jus (cl)	40	60	80

b. Tableau B :

Invités	2	3	4
Jus (cl)	40	60	104

c. Tableau C :

Invités	2	3	4
Jus (cl)	51	71	91

- Quel est le bon tableau ? Justifier.
- Expliquer, pour chacun des deux autres, pourquoi il ne convient pas.

H7 Calculer un coefficient de proportionnalité

Chaque tableau ci-dessous est un tableau de proportionnalité. Calculer le coefficient de proportionnalité (grandeur 2) ÷ (grandeur 1).

Pour obtenir la grandeur 2 à partir de la grandeur 1, on multiplie toujours par le même nombre : c'est ce nombre qu'il faut retrouver.

a.

Grandeur 1	5
Grandeur 2	15

b.

Grandeur 1	12
Grandeur 2	6

c.

Grandeur 1	12
Grandeur 2	48

d.

Grandeur 1	6
Grandeur 2	30

e.

Grandeur 1	3
Grandeur 2	7,5

H8 Compléter un tableau à l'aide du coefficient

Ce tableau est un tableau de proportionnalité de coefficient 2.

Grandeur 1	11	4	5	?
Grandeur 2	?	?	?	20

- Compléter les trois cases de la grandeur 2 manquantes.
- La dernière colonne donne la grandeur 2 : en déduire la grandeur 1 correspondante.

H9 Prix au kilogramme

Sur le marché, 4 kg de pêches coûtent 16 €.

- Calculer le prix d'un kilogramme de pêches.
- Avec ce même prix au kilogramme, combien coûtent 4 kg de pêches ?
- Avec ce même prix au kilogramme, quelle masse de pêches peut-on acheter avec 20 € ?

H10 Vitesse moyenne

Un train roule à une vitesse constante de 80 km/h.

- Quelle distance parcourt-il en 3 h ?
- Combien de temps met-il pour parcourir 320 km ?

H11 Une échelle de carte

Une carte est à l'échelle 1/50000 : 1 cm sur la carte représente 50000 cm dans la réalité.

- Deux villes sont distantes de 6 cm sur la carte. Calculer la distance réelle entre les deux villes, en cm puis en km.
- Deux autres villes sont distantes de 10 km dans la réalité. Quelle distance les sépare sur la carte ?

H12 La consommation de carburant

Une voiture consomme 8 L d'essence pour 100 km parcourus, de façon constante.

- Quel volume d'essence consomme-t-elle pour parcourir 400 km ?
- Pour un plein de 24 L, quelle distance peut-elle parcourir ?

H13 Calculer un pourcentage d'une quantité

Calculer les pourcentages suivants.

10 % d'une quantité s'obtient en la divisant par 10, 25 % en la divisant par 4, 50 % en la divisant par 2. Pour 20 %, on divise par 5 ; pour 75 %, on divise par 4 puis on multiplie par 3.

- 50 % de 22
- 20 % de 35
- 10 % de 50
- 75 % de 36
- 25 % de 32

H14 Exprimer une proportion en pourcentage

Exprimer chaque proportion sous la forme d'un pourcentage.

Chercher par quel nombre diviser la part et le total pour se ramener à un total de 20, puis multiplier par 5 pour obtenir un total de 100.

- 12 sur 60
- 25 sur 100
- 30 sur 60
- 60 sur 80
- 4 sur 40

H15 Lire des pourcentages dans un tableau

Une classe de 20 élèves a répondu à un sondage sur son activité sportive préférée.

Activité	le basketball	le badminton	la natation	le tennis
Effectif	10	8	1	1
Pourcentage	?	?	?	?

- Compléter la ligne des pourcentages.
- Quelle est l'activité préférée de la classe ?
- Quel pourcentage des élèves préfère le basketball ou le badminton ?

H16 Augmenter un prix d'un pourcentage

Le prix d'un sac de sport, initialement de 28 €, augmente de 25 %.

- Calculer le montant de la hausse, en euros.
- En déduire le nouveau prix.

H17 Réduire un prix d'un pourcentage

Cet article, une tablette, coûte 8 € en magasin. Il est soldé à -50 %.

- Calculer le montant de la réduction, en euros.
- En déduire le prix soldé.

H18 Deux pourcentages successifs

Un magasin baisse le prix d'un vélo tout terrain, initialement à 20 €, de 50 %. Un mois plus tard, il remonte ce nouveau prix de 50 %.

- Calculer le prix après la baisse.
- Calculer le prix après la hausse qui suit.
- Ce prix final est-il égal au prix de départ ? Est-ce surprenant ? Expliquer.

H19 Lire et compléter un tableau de proportionnalité

Ce tableau est un tableau de proportionnalité de coefficient 3.

Grandeur 1	4	6	?	12
Grandeur 2	12	?	24	36

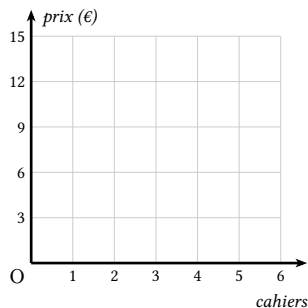
- Compléter la case manquante de la grandeur 1 (colonne 3).
- Compléter la case manquante de la grandeur 2 (colonne 2).

H20 Représenter une situation par un graphique

Un cahier coûte 3 €. On veut représenter le prix payé en fonction du nombre de cahiers achetés.

Cahiers	1	2	3	4	5
Prix (€)	3	6	9	12	15

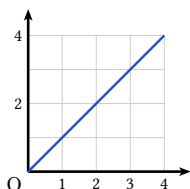
- Dans un repère où 1 carreau représente 1 cahier en abscisse et 3 € en ordonnée, placer les cinq points du tableau.
- Relier ces points. Que remarque-t-on ? Pourquoi ?



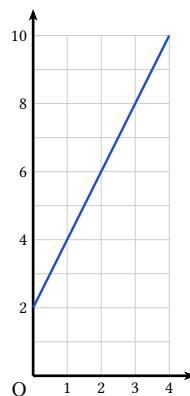
H21 Reconnaître une proportionnalité sur un graphique

Voici deux graphiques, chacun formé de points alignés.

Graphique A



Graphique B

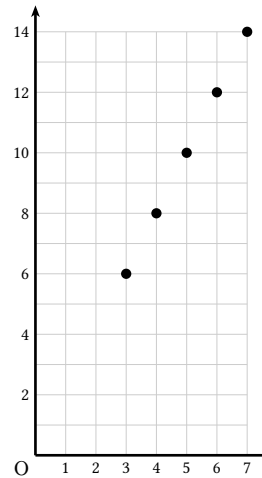


- L'un de ces deux graphiques représente une situation de proportionnalité, l'autre non. Lequel est lequel ? Justifier par une observation graphique, sans calcul.

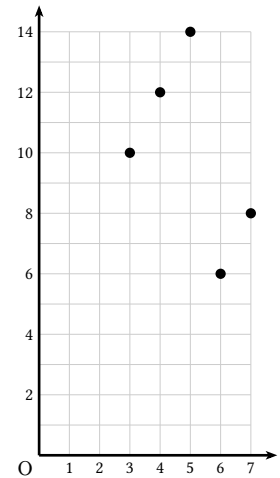
H22 Un nuage de points est-il proportionnel ?

Voici deux nuages de points, obtenus à partir des mêmes cinq abscisses.

Nuage A



Nuage B



- L'un de ces deux nuages peut correspondre à une situation de proportionnalité entre les deux grandeurs, l'autre non. Lequel est lequel ? Justifier.

H23 Associer un tableau à son graphique

Voici deux tableaux de proportionnalité, et deux graphiques présentés dans un ordre différent.

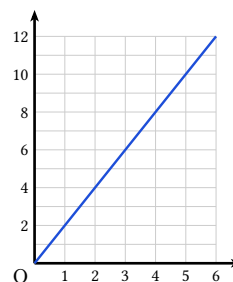
a. Tableau 1 :

Grandeur 1	2	4	5
Grandeur 2	8	16	20

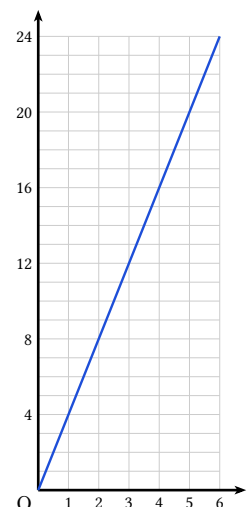
b. Tableau 2 :

Grandeur 1	2	4	5
Grandeur 2	4	8	10

Graphique A



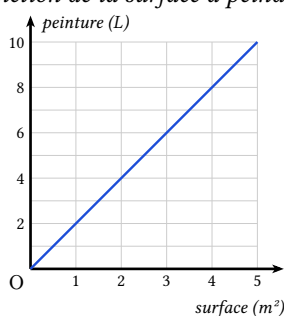
Graphique B



- Quel graphique correspond au tableau 1 ? au tableau 2 ? Justifier.

H24 Lire un coefficient sur un graphique

Le graphique ci-dessous donne la quantité de peinture nécessaire (en L) en fonction de la surface à peindre (en m^2).



- Quelle quantité de peinture faut-il pour $1 m^2$? En déduire le coefficient de proportionnalité entre la surface et la quantité de peinture.
- Sans prolonger le graphique, calculer la quantité de peinture nécessaire pour $7 m^2$.

Problèmes**H25 Le sirop de fruits**

Sur une bouteille de sirop, le fabricant indique : « à diluer avec 4 volumes d'eau pour 1 volume de sirop ».

- Pour une kermesse, on veut préparer 70 cl de boisson. Quel volume de sirop et quel volume d'eau faut-il mélanger ?
- Pour une autre fête, on veut remplir 8 verres de 20 cl avec ce même sirop, dilué de la même façon. Quel volume total de boisson cela représente-t-il ? Quel volume de sirop faut-il alors utiliser ?

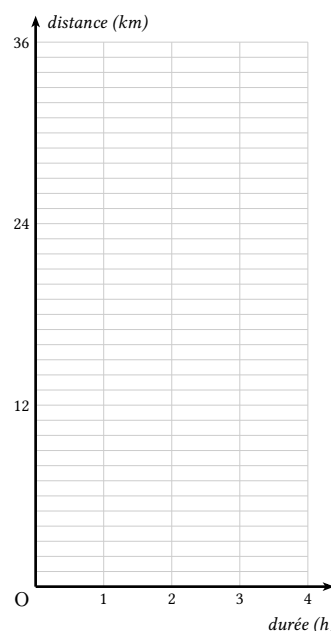
H26 La randonnée à vélo

Léo part pour une randonnée à vélo, à une vitesse constante de 12 km/h.

- Compléter le tableau donnant la distance parcourue après 1 h, 2 h et 3 h.

Durée (h)	1	2	3
Distance (km)	?	?	?

- Placer les trois points correspondants dans le repère ci-dessous, puis les relier à l'origine.



- Léo veut parcourir 48 km au total. En utilisant la vitesse, calculer combien de temps cela lui prendra, sans prolonger le tracé du graphique.

H27 Le plan de l'appartement

Sur le plan d'un appartement, dessiné à l'échelle 1/200, le salon mesure 5 cm de long et 4 cm de large.

- Quelles sont les dimensions réelles du salon, en mètres ? En déduire son aire.
- La chambre mesure 3 cm de long sur le plan, pour une largeur réelle de 8 m. Quelle est la largeur de la chambre sur le plan ?

H28 Quelle réduction choisir ?

Un magasin propose deux réductions au choix sur n'importe quel article :

Offre A

- 20 % du prix

Offre B

- 6 € sur le prix

- Un client hésite entre les deux offres pour un article dont il ne connaît pas encore le prix. Quelle offre lui conseiller ? La réponse dépend-elle du prix de l'article ? Justifier par des calculs.
- À partir de quel prix l'offre A devient-elle plus avantageuse que l'offre B ? Expliquer la méthode employée.

Exercices pluridisciplinaires

H29 Adapter une recette de cuisine

Une recette d'un cake salé, prévue pour 6 personnes, demande 440 g de farine, 80 g de sucre et 6 œufs.

- a. On veut préparer ce plat pour 15 personnes. Quel nombre faut-il utiliser pour multiplier chaque quantité d'ingrédient ?
- b. Calculer les nouvelles quantités de farine, de sucre et d'œufs.

H30 Un road trip en Écosse

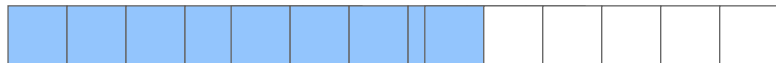
In the United Kingdom, road signs show distances in **miles**, not in kilometres. On considère qu'1 mile correspond à 1,6 km.

- a. A road sign near Fort William reads: « Oban — 45 miles ». Quelle est cette distance en kilomètres ?
- b. Sur une carte routière, deux autres villes écossaises sont distantes de 40 km. Combien cela représente-t-il de miles ?

Fractions

I1 Vocabulaire de la fraction

Voici trois rectangles partagés en parts égales, dont une partie est coloriée.



- Pour chacun des rectangles a, b et c, écrire la fraction de sa surface qui est coloriée.
- Pour le rectangle a, quel est le numérateur de cette fraction ? son dénominateur ? Que représente chacun de ces deux nombres ?
- Dans la fraction $\frac{3}{5}$, quel est le numérateur ? le dénominateur ?

I2 La fraction comme quotient

Un quotient peut toujours s'écrire sous la forme d'une fraction :

$$a \div b = \frac{a}{b}.$$

- Écrire chacun de ces quotients sous la forme d'une fraction, sans le calculer.

- $23 \div 6$
- $13 \div 8$
- $29 \div 7$

- Calculer la valeur décimale de chacune des fractions suivantes, en posant la division si besoin.

- $\frac{7}{4}$
- $\frac{8}{5}$
- $\frac{16}{10}$
- $\frac{6}{2}$

I3 Amplifier et simplifier une fraction

- Écrire, sous la forme d'une fraction de dénominateur indiqué, une fraction égale à la fraction donnée.

- $\frac{1}{7}$, avec pour dé- $\frac{3}{4}$, avec pour dé- $\frac{2}{7}$, avec pour dé-

nominateur 28 nominateur 12 nominateur 35

- Simplifier chacune des fractions suivantes, en précisant le nombre par lequel on a divisé le numérateur et le dénominateur.

- $\frac{24}{42}$
- $\frac{10}{18}$
- $\frac{28}{32}$

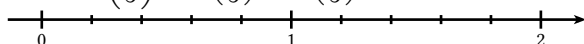
I4 Reconnaître des fractions égales

Ces deux fractions sont-elles égales ? Justifier en les simplifiant, ou en les réduisant au même dénominateur.

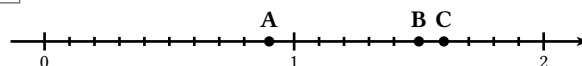
- $\frac{20}{45}$ et $\frac{12}{20}$
- $\frac{12}{54}$ et $\frac{8}{36}$

I5 Placer des fractions sur une droite graduée

Reproduire la droite graduée ci-dessous, où chaque graduation principale vaut 1 et est partagée en 5 parts égales, puis y placer les points A $\left(\frac{4}{5}\right)$; B $\left(\frac{5}{5}\right)$; C $\left(\frac{6}{5}\right)$.

**I6** Lire l'abscisse d'un point sous forme de fraction

Sur la droite graduée ci-dessous, chaque graduation principale vaut 1 et est partagée en 10 parts égales. Donner l'abscisse de chacun des points marqués sous la forme d'une fraction de dénominateur 10.

**I7** Vrai ou faux sur les fractions

Ces affirmations sont-elles vraies ou fausses ? Justifier : par une règle du cours si l'affirmation est vraie, par un contre-exemple si elle est fausse.

- $12 \div 9 = \frac{12}{9}$

- $\frac{5}{2} = 2,5$

- $\frac{6}{21} = \frac{2}{7}$

- $\frac{5}{9} = \frac{2}{5}$

- Le numérateur d'une fraction est toujours strictement inférieur à son dénominateur.

- $\frac{10}{14}$, obtenue en ajoutant 5 au numérateur et au dénominateur de $\frac{5}{9}$, est égale à $\frac{5}{9}$.

I8 Comparer des fractions de même dénominateur

Comparer les deux fractions de chaque paire, en utilisant le symbole $<$ ou $>$.

- $\frac{22}{9}$ et $\frac{24}{9}$

- $\frac{13}{12}$ et $\frac{19}{12}$

- $\frac{19}{8}$ et $\frac{17}{8}$

- $\frac{19}{10}$ et $\frac{10}{10}$

I9 Comparer des fractions de même numérateur

Comparer les deux fractions de chaque paire, en utilisant le symbole $<$ ou $>$, sans les convertir en nombres décimaux.

À numérateur égal, plus le dénominateur est grand, plus la fraction est petite : on partage la même quantité en davantage de parts.

- $\frac{5}{10}$ et $\frac{5}{7}$

- $\frac{4}{12}$ et $\frac{4}{10}$

- $\frac{8}{14}$ et $\frac{8}{18}$

- $\frac{2}{4}$ et $\frac{2}{11}$

I10 Comparer une fraction à un entier

Comparer chaque fraction à l'entier indiqué, en utilisant $<$, $>$ ou $=$.

- $\frac{2}{9}$ et 1

- $\frac{11}{7}$ et 1

- $\frac{25}{5}$ et 5

- $\frac{23}{5}$ et 5

I11 Comparer deux fractions quelconques

Comparer les deux fractions de chaque paire, en les réduisant au même dénominateur.

- $\frac{4}{3}$ et $\frac{4}{4}$

- $\frac{10}{7}$ et $\frac{1}{8}$

- $\frac{3}{5}$ et $\frac{10}{9}$

- $\frac{3}{2}$ et $\frac{6}{9}$

I12 Ranger des fractions dans l'ordre

Ranger ces trois fractions dans l'ordre croissant.

- a. $\frac{7}{3}$ b. $\frac{2}{4}$ c. $\frac{13}{5}$

I13 Intercaler une fraction entre deux nombres

On considère les fractions $\frac{2}{12}$ et $\frac{6}{12}$.

- a. Écrire une fraction de dénominateur 12 strictement comprise entre $\frac{2}{12}$ et $\frac{6}{12}$.

- b. En écrivant chacune des deux fractions de départ avec le dénominateur 24, trouver deux autres fractions comprises entre elles.

- c. Peut-on continuer ainsi indéfiniment ? Que peut-on en conclure sur le nombre de fractions comprises entre deux fractions distinctes ?

I14 Additionner des fractions de même dénominateur

Calculer les sommes suivantes, en simplifiant le résultat si possible.

- a. $\frac{21}{11} + \frac{11}{11}$ b. $\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$
c. $\frac{6}{8} + \frac{16}{8}$ d. $\frac{7}{7} + \frac{11}{7}$

I15 Soustraire des fractions de même dénominateur

Calculer les différences suivantes, en simplifiant le résultat si possible.

- a. $\frac{5}{9} - \frac{1}{9}$ b. $\frac{30}{12} - \frac{21}{12}$
c. $\frac{10}{4} - \frac{3}{4}$ d. $\frac{6}{4} - \frac{5}{4}$

I16 Additionner des fractions de dénominateurs multiples (1)

Calculer les sommes suivantes. Remarque que le second dénominateur est un multiple du premier.

- a. $\frac{7}{5} + \frac{14}{15}$ b. $\frac{7}{5} + \frac{12}{15}$
c. $\frac{2}{4} + \frac{6}{8}$ d. $\frac{2}{3} + \frac{2}{12}$

I17 Additionner des fractions de dénominateurs multiples (2)

Calculer les sommes suivantes, en remarquant que le plus grand des trois dénominateurs est déjà un multiple des deux autres.

- a. $\frac{1}{2} + \frac{5}{4} + \frac{5}{8}$
b. $\frac{3}{3} + \frac{4}{9} + \frac{51}{27}$
c. $\frac{2}{2} + \frac{5}{4} + \frac{12}{12}$

I18 Soustraire des fractions de dénominateurs multiples

Calculer les différences suivantes, en remarquant que le second dénominateur est un multiple du premier.

- a. $\frac{2}{4} - \frac{3}{8}$ b. $\frac{3}{2} - \frac{1}{8}$
c. $\frac{2}{2} - \frac{6}{10}$ d. $\frac{7}{6} - \frac{28}{30}$

I19 Additionner des fractions de dénominateurs premiers entre eux (1)

Calculer les sommes suivantes. Les deux dénominateurs étant premiers entre eux, leur produit est un dénominateur commun.

- a. $\frac{2}{5} + \frac{1}{7}$ b. $\frac{7}{4} + \frac{3}{5}$
c. $\frac{1}{4} + \frac{5}{7}$ d. $\frac{10}{5} + \frac{2}{7}$

I20 Additionner des fractions de dénominateurs premiers entre eux (2)

Calculer les sommes suivantes. Les trois dénominateurs étant premiers entre eux deux à deux, leur produit est un dénominateur commun.

- a. $\frac{7}{4} + \frac{1}{5} + \frac{4}{7}$
b. $\frac{2}{3} + \frac{7}{5} + \frac{13}{7}$
c. $\frac{4}{3} + \frac{1}{4} + \frac{12}{7}$

I21 Soustraire des fractions de dénominateurs premiers entre eux

Calculer les différences suivantes, en réduisant les deux fractions au même dénominateur.

- a. $\frac{4}{2} - \frac{5}{9}$ b. $\frac{6}{5} - \frac{4}{8}$
c. $\frac{12}{5} - \frac{12}{6}$ d. $\frac{4}{3} - \frac{1}{4}$

I22 Enchaînements d'additions et de soustractions de fractions

Calculer les expressions suivantes.

Additionner d'abord les deux fractions de même dénominateur, puis convertir le résultat au dénominateur de la troisième fraction.

- a. $\frac{2}{4} + \frac{6}{4} - \frac{22}{16}$
b. $\frac{2}{2} + \frac{3}{2} - \frac{6}{8}$
c. $\frac{10}{5} + \frac{6}{5} - \frac{1}{10}$
d. $\frac{3}{4} + \frac{5}{4} - \frac{7}{16}$

Problèmes**I23 Le jardin partagé**

Un jardin partagé communal est réparti en plusieurs zones. Le

potager occupe $\frac{1}{8}$ de la surface totale, les massifs de fleurs $\frac{5}{24}$,

et les arbres fruitiers $\frac{1}{6}$. Le reste de la surface est en pelouse.

- a. Quelle fraction de la surface totale occupent, à elles trois, le potager, les fleurs et les arbres fruitiers ?
b. Quelle fraction de la surface totale est occupée par la pelouse ?
c. La pelouse occupe-t-elle une plus grande surface que l'ensemble des trois autres zones ?

124 La recette de la mousse au chocolat

Pour préparer deux mousses au chocolat le même jour, un pâtis-
sier dispose de 2 kg de farine. Il utilise $\frac{1}{3}$ kg pour la première
mousse, puis $\frac{4}{7}$ kg pour la seconde.

- Quelle quantité de farine a-t-il utilisée en tout, pour les deux mousses ?
- Quelle quantité de farine lui reste-t-il ?
- Lui reste-t-il de quoi préparer une troisième recette nécessitant au moins un demi-kilogramme de farine ?

125 L'argent de poche

Chaque mois, de Léna dépense $\frac{1}{6}$ de son argent de poche dans
un jeu vidéo, et $\frac{1}{10}$ dans des sorties. Le reste, elle l'épargne.

- Quelle dépense représente la plus grande fraction de son argent de poche : le jeu vidéo, ou les sorties ?
- Quelle fraction de son argent de poche a-t-il dépensée en tout ?
- Quelle fraction de son argent de poche épargne-t-il chaque mois ?

126 Le partage du gâteau

Pour un anniversaire, un gâteau a été préparé pour toute la
classe. Chloé réclame $\frac{2}{9}$ du gâteau. Léna réclame $\frac{1}{2}$ du gâteau.
Ilyes réclame $\frac{1}{4}$ du gâteau.

- Peut-on donner à chacun la part qu'il réclame ? Justifier soigneusement la réponse.
- Si ce n'est pas possible, proposer une explication à donner aux élèves. Si c'est possible, dire ce qu'il reste du gâteau une fois les trois parts distribuées.

Exercices pluridisciplinaires**127 Les durées de notes**

Une mesure à quatre temps dure une ronde, que l'on prend pour
unité. Une blanche dure $\frac{1}{2}$ de mesure, une noire $\frac{1}{4}$, et une croche
 $\frac{1}{8}$.
Un musicien place, dans une mesure, une noire, une noire et
une noire.

- Quelle fraction de la mesure ces trois notes occupent-elles au total ?
- Quelle fraction de la mesure reste en silence ?

128 Un peuplement forestier

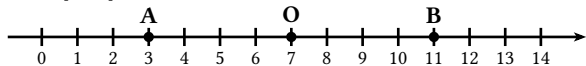
Un garde forestier étudie la composition d'un massif. Les chênes
représentent $\frac{1}{12}$ de la surface totale du massif, les hêtres $\frac{1}{4}$, et les
sapins $\frac{1}{6}$. Le reste de la surface est occupé par d'autres essences.

- Quelle fraction de la surface totale représentent, à eux trois, les chênes, les hêtres et les sapins ?
- Quelle fraction de la surface totale est occupée par les autres essences ?

Symétrie centrale

J1 Le vocabulaire du demi-tour

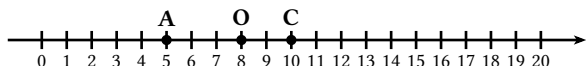
Sur la droite graduée ci-dessous, le point O est le milieu du segment $[AB]$.



- Lire les abscisses de A , de O et de B . Calculer les distances AO et OB . Que remarque-t-on ?
- On dit que B est le symétrique de A par le demi-tour (ou symétrie centrale) de centre O . Quelle est la définition de cette phrase, en termes de milieu de segment ?
- D'après cette définition, quel est le symétrique de B par la symétrie de centre O ?
- Existe-t-il un point qui soit son propre symétrique par cette symétrie ? Si oui, lequel ?

J2 Symétrie sur une droite graduée

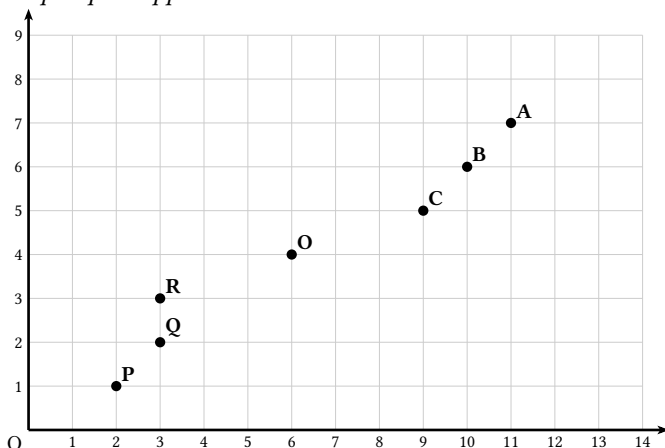
On donne un point O d'abscisse 8, un point A d'abscisse 5 et un point C d'abscisse 10.



- Quelle est la distance AO ? En déduire l'abscisse du point B , symétrique de A par rapport à O .
- De même, quelle est la distance OC ? En déduire l'abscisse du point D , symétrique de C par rapport à O .
- Placer B et D sur la droite graduée.

J3 Reconnaître des points symétriques

Sur la figure, le point O est marqué, ainsi que trois points de départ (P , Q , R) et trois candidats (A , B , C) pour leurs symétriques par rapport à O .



- A est-il le symétrique de P par rapport à O ? Justifier en comptant les carreaux.
- B est-il le symétrique de Q par rapport à O ?
- C est-il le symétrique de R par rapport à O ?
- Pour chaque réponse négative, donner les coordonnées du véritable symétrique.

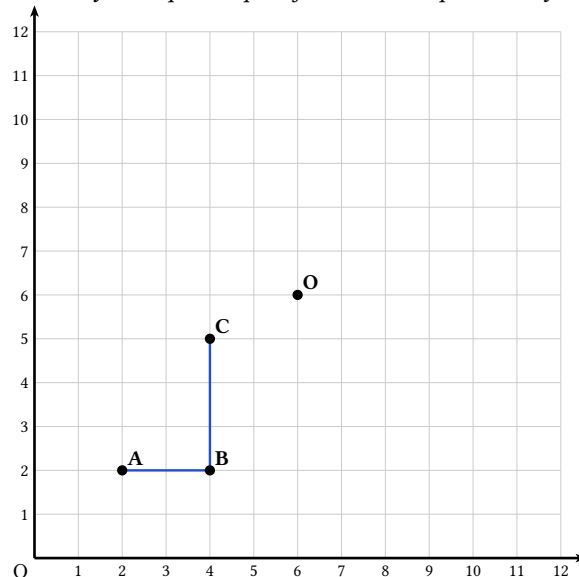
J4 Vrai ou faux sur la définition

Ces affirmations sont-elles vraies ou fausses ? Justifier.

- Si O est le milieu du segment $[MN]$, alors N est le symétrique de M par rapport à O .
- Sur une droite graduée, $E(2)$, $F(8)$ et $O(5)$. Le point O est le milieu de $[EF]$, donc E et F sont symétriques par rapport à O .
- Le symétrique du symétrique d'un point M par rapport à O (autrement dit : « le symétrique de son symétrique ») est le point M lui-même.
- Dans un repère, $A(2; 3)$ a pour symétrique par rapport à $O(3; 4)$ le point $B(4; 5)$.
- Un point et son symétrique par rapport à O sont toujours alignés avec O .
- Il est possible qu'un point soit confondu avec son symétrique par rapport à O , sans que ce point soit O lui-même.

J5 Longueurs conservées par le demi-tour

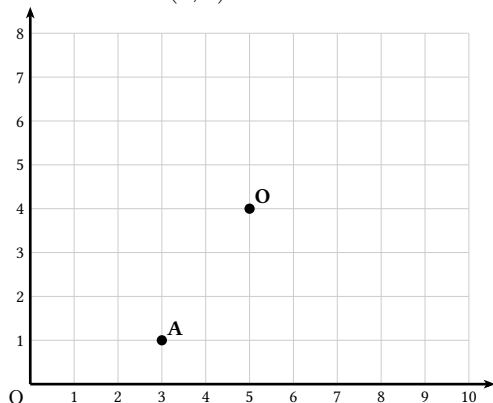
Le point O ci-dessous est le centre d'une symétrie. On appelle A' , B' et C' les symétriques respectifs de A , B et C par cette symétrie.



- Lire les coordonnées de A , B et C , puis calculer les longueurs AB et BC .
- Sans les calculer, que peut-on dire des longueurs $A'B'$ et $B'C'$? Quelle propriété du demi-tour utilise-t-on ?
- Construire A' , B' et C' , puis vérifier par le calcul les longueurs trouvées à la question précédente.
- Calculer la longueur de la ligne brisée ABC , puis celle de la ligne brisée $A'B'C'$.

J6 Le symétrique d'un cercle

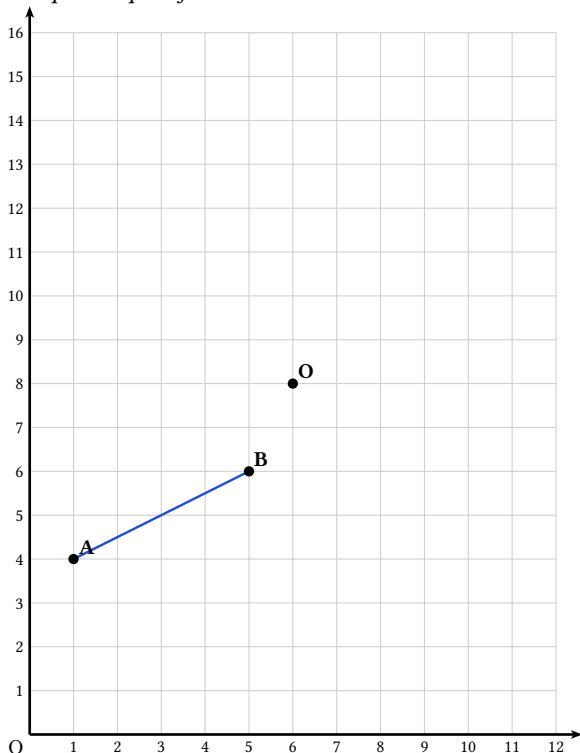
Un cercle a pour centre $A(3; 1)$ et pour rayon 3 cm. On applique la symétrie de centre $O(5; 4)$ à ce cercle tout entier.



- Quelles sont les coordonnées de A' , le symétrique de A par cette symétrie ?
- Quel est le rayon du cercle symétrique, de centre A' ?
- Quel est le diamètre de chacun des deux cercles ?
- M est un point du premier cercle : $AM = 3$ cm. M' est le symétrique de M par la symétrie de centre O . Expliquer pourquoi M' appartient bien au cercle de centre A' .

J7 Le symétrique du milieu d'un segment

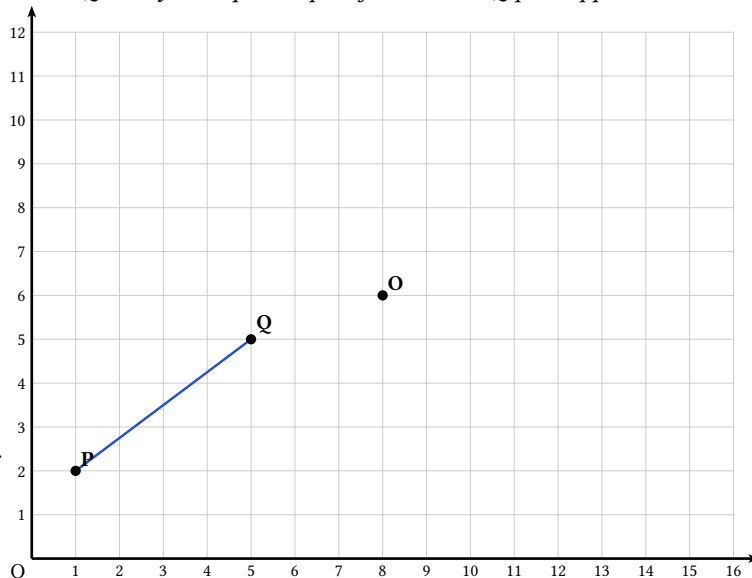
O est le centre d'une symétrie. Les points A' et B' sont les symétriques respectifs de A et de B .



- Lire les coordonnées de A et de B , puis calculer les coordonnées de I , le milieu du segment $[AB]$.
- Construire A' et B' . Sans calcul, quel point du segment $[A'B']$ doit être le symétrique de I ? Quelle propriété du demi-tour utilise-t-on ?
- Calculer directement les coordonnées de I' , symétrique de I , puis celles du milieu de $[A'B']$. Le résultat confirme-t-il la question précédente ?

J8 Droites symétriques et parallélisme

On considère la droite (PQ) ci-dessous et le point O . On note P' et Q' les symétriques respectifs de P et de Q par rapport à O .



- Pour aller de P à Q en suivant le quadrillage, de combien de carreaux faut-il avancer vers la droite ? vers le haut ?
- Construire P' et Q' . Pour aller de Q' à P' en suivant le quadrillage, de combien de carreaux faut-il avancer vers la droite ? vers le haut ?
- Comparer les deux déplacements trouvés. Qu'en déduire sur les droites (PQ) et $(P'Q')$?

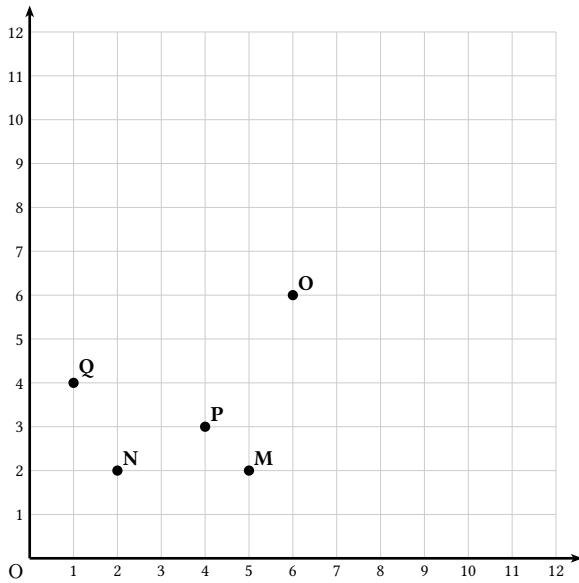
J9 Vrai ou faux sur les propriétés

Ces affirmations sont-elles vraies ou fausses ? Justifier.

- Si $A'B'C'$ est le symétrique du triangle ABC par un demi-tour, alors $A'B' = AB$.
- Le triangle ABC a un côté $[AB]$ de longueur 7 cm. Son symétrique $A'B'C'$ a alors un côté $[A'B']$ de longueur 8 cm.
- Un angle et son symétrique par un demi-tour ont toujours la même mesure.
- Le symétrique d'une droite (d) par un demi-tour est une droite perpendiculaire à (d) .
- Le symétrique d'un cercle est un cercle de même rayon.
- Un rectangle a une aire de 10 cm^2 . Son symétrique par un demi-tour a une aire de 12 cm^2 .

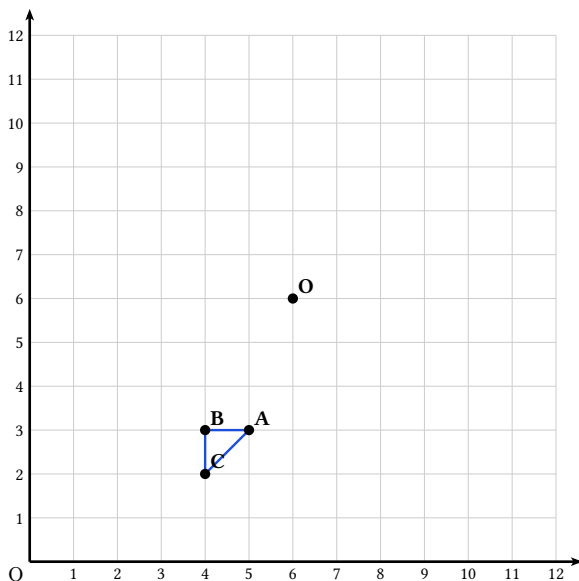
J10 Symétrique d'un point dans un repère

O est le centre d'une symétrie. Construire, pour chacun des points ci-dessous, son symétrique par rapport à O , et donner ses coordonnées.



J11 Symétrique d'une figure dans un repère

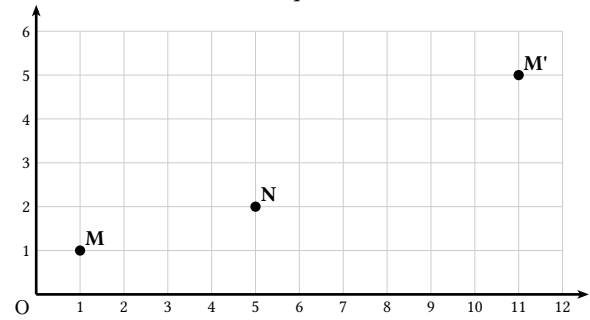
Le triangle ABC ci-dessous doit être transformé par la symétrie de centre O .



- Construire les points A' , B' et C' , symétriques respectifs de A , de B et de C par rapport à O , puis tracer le triangle $A'B'C'$.
- Donner les coordonnées de A' , de B' et de C' .
- Sans les mesurer, que peut-on dire des côtés du triangle $A'B'C'$ par rapport à ceux du triangle ABC ?

J12 Trouver le centre de symétrie

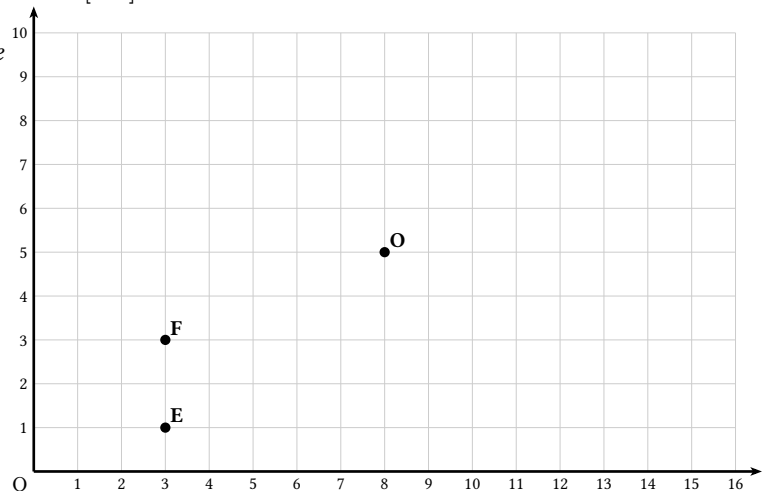
Sur la figure, M' est le symétrique de M par une symétrie de centre O , et N est un troisième point.



- Lire les coordonnées de M et de M' , puis calculer les coordonnées de O .
- Construire N' , le symétrique de N par cette même symétrie.

J13 Compléter une figure par symétrie centrale

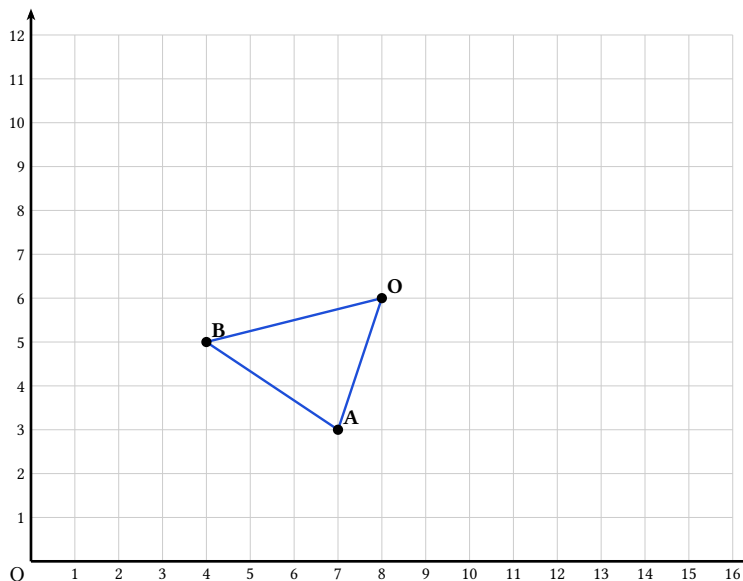
Le quadrilatère EFGH a un centre de symétrie en O : autrement dit, O est le milieu de chacune des deux diagonales $[EG]$ et $[FH]$.



- Construire G et H , puis tracer le quadrilatère EFGH. Donner leurs coordonnées.
- Pour aller de E à F en suivant le quadrillage, de combien de carreaux faut-il avancer vers la droite ? vers le haut ? Faire de même pour aller de H à G .
- Que peut-on en conclure sur les côtés $[EF]$ et $[HG]$?

J14 Un motif symétrique

Le triangle OAB ci-dessous est la moitié d'un motif en « nœud papillon », qui doit être entièrement symétrique par rapport à O.



- Construire A' et B' , symétriques respectifs de A et de B par rapport à O, puis tracer le second triangle du motif.
- Pourquoi ce second triangle a-t-il lui aussi un sommet en O, sans qu'il soit besoin de construire le symétrique de O ?
- Donner les coordonnées de A' et de B' .

J15 Calculer plusieurs symétriques

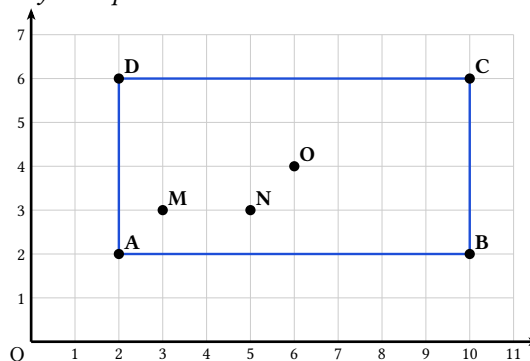
Pour chacun des cas suivants, calculer les coordonnées du symétrique de M par rapport à O.

- | | |
|-------------------------|-------------------------|
| a. O(6; 5) et M(2; 6). | b. O(5; 8) et M(1; 8). |
| c. O(8; 5) et M(7; 6). | d. O(7; 9) et M(8; 14). |
| e. O(8; 5) et M(12; 2). | f. O(9; 5) et M(17; 2). |

Problèmes

J16 Le blason du club

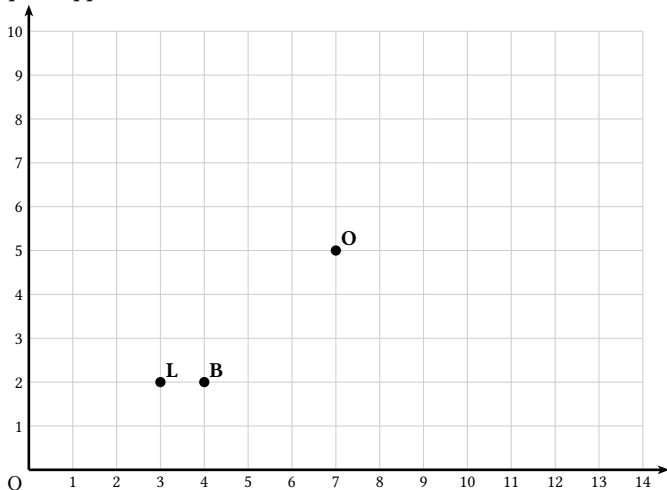
Le club de sport dessine un blason rectangulaire ABCD, chaque graduation représentant 10 cm. Un motif y est à moitié dessiné : les points M et N, une fois complétés par symétrie de centre O (le centre du blason), doivent former un motif entièrement symétrique.



- Construire M' et N' , symétriques respectifs de M et de N par rapport à O, et donner leurs coordonnées.
- Sans les mesurer, que peut-on dire de la longueur $M'N'$ par rapport à la longueur MN ? Quelle propriété utilise-t-on ?
- Calculer le périmètre du blason, d'abord en graduations, puis en centimètres, puis en mètres.
- Un liseré doré est cousu tout autour du blason, au prix de 12 € le mètre. Calculer son coût total.

J17 Le plan de la place du village

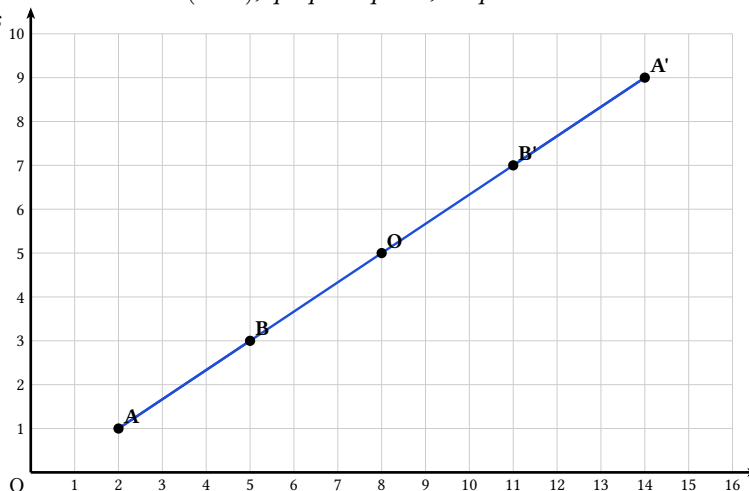
Le plan ci-dessous représente la place d'un village. La fontaine est au centre, en O , et une graduation représente 5 m. Un banc est déjà en place en B , ainsi qu'un lampadaire en L . Pour que la place soit parfaitement symétrique, la mairie veut installer un second banc et un second lampadaire, symétriques des premiers par rapport à O .



- Construire B' et L' , symétriques respectifs de B et de L par rapport à O , et donner leurs coordonnées.
- En suivant les allées du quadrillage, quelle distance sépare O de B ? Et O de B' ? Que remarque-t-on, et pourquoi est-ce prévisible ?
- Une allée droite doit relier B à B' en passant par la fontaine O . Quelle est sa longueur totale, en graduations puis en mètres ?
- Cette allée doit être pavée, au prix de 40 € le mètre. Calculer le coût total des travaux.

J18 Pourquoi les rails restent parallèles ?

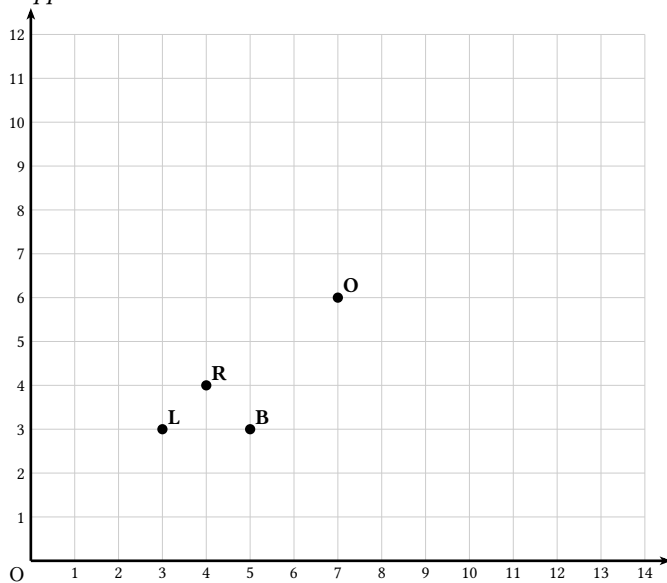
Deux rails de chemin de fer, notés (d) et (d') , contournent un poteau de signalisation en O . Le rail (d) passe par les points A et B , et le rail (d') par leurs symétriques A' et B' par rapport à O . La droite (AA') , qui passe par O , coupe les deux rails.



- En A , l'angle formé par le rail (d) et la droite (AA') mesure 33° . Quelle est la mesure de l'angle formé, en A' , par le rail (d') et la même droite (AA') ? Quelle propriété du demi-tour utilise-t-on ?
- Ces deux angles sont-ils alternes-internes, ou correspondants, pour la droite (AA') qui coupe (d) et (d') ? Justifier à l'aide de la figure.
- Quelle propriété du chapitre sur les angles et le parallélisme permet de conclure que (d) et (d') sont parallèles ?

J19 Le rond-point fleuri

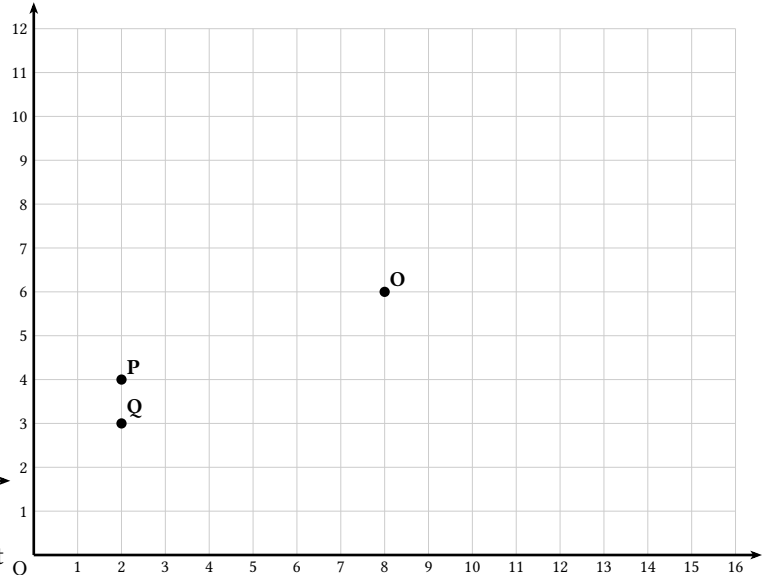
Une municipalité aménage un rond-point fleuri, centré sur une fontaine en O . Le plan ci-dessous montre déjà un rosier (R), un lampadaire (L) et un banc (B). Le paysagiste veut que l'ensemble du rond-point soit parfaitement symétrique par rapport à O .



- Complète le plan en plaçant les éléments qui manquent pour que le rond-point soit symétrique par rapport à O . Combien d'éléments faut-il ajouter, et pourquoi exactement ce nombre ?
- Le service technique veut relier chaque élément existant à son symétrique par un tuyau d'arrosage passant par la fontaine. Quelle longueur totale de tuyau faut-il prévoir, en graduations ? Explique comment tu as procédé.
- Le paysagiste se demande s'il existe, sur ce rond-point, une position où un futur élément n'aurait besoin d'aucun symétrique ajouté. Une telle position existe-t-elle ? Justifie.

Exercices pluridisciplinaires**J20 L'équilibrage d'une pièce mécanique**

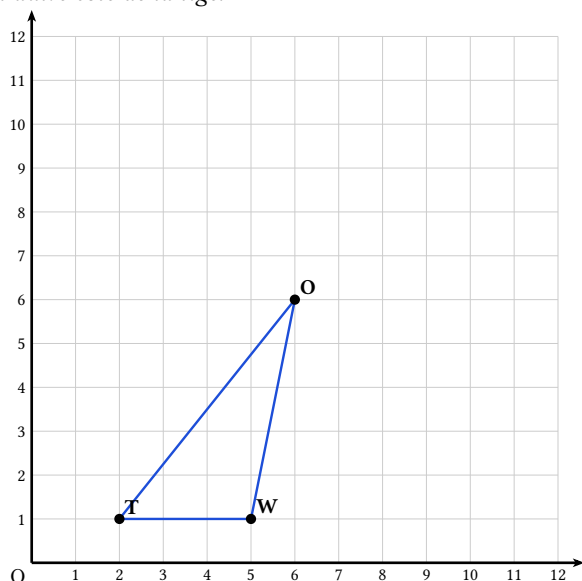
Un bureau d'études conçoit une pièce circulaire qui doit tourner très vite autour de son centre O . Pour qu'elle reste équilibrée pendant la rotation, chaque trou percé dans la pièce doit avoir un trou symétrique par rapport à O , de même diamètre (ici, 6 mm). Deux trous, P et Q , sont déjà percés.



- Où le bureau d'études doit-il percer les deux trous manquants ? Construire ces points et donner leurs coordonnées.
- Quel diamètre doivent avoir ces deux nouveaux trous ? Quelle propriété du demi-tour le justifie ?

J21 Les feuilles opposées

Vue de dessus, une tige porte un nœud en O , d'où part une feuille : sa pointe est en T , et un point sur son bord est en W . Chez cette plante, les feuilles sont **opposées** : à chaque nœud, une seconde feuille part exactement à l'opposé de la première, de l'autre côté de la tige.



- a. Construire T' et W' , qui donnent la forme de la seconde feuille, symétrique de la première par rapport à O . Donner leurs coordonnées.
- b. Une tige voisine porte des feuilles **alternes** : à chaque nœud, il n'y a qu'une seule feuille, et les nœuds successifs se trouvent à des hauteurs différentes le long de la tige. Une feuille et la suivante sont-elles symétriques l'une de l'autre par rapport à un nœud ? Justifier.

Programmation par blocs

K1 Le vocabulaire de la programmation

Pour chacune des instructions suivantes, indiquer s'il s'agit d'une **entrée**, d'un **traitement** ou d'une **sortie** du programme.

1. Diviser par 4
2. Afficher le prix total
3. Afficher la moyenne obtenue
4. Demander la longueur du terrain
5. Demander un nombre
6. Calculer la somme des deux nombres

K2 Identifier les entrées et les sorties d'un programme

Voici un programme par blocs.

- Demander le nombre de cahiers achetés
- Demander le prix d'un cahier (en €)
- Multiplier les deux nombres entrés
- Afficher le prix total à payer

- a. Quelles sont les deux entrées de ce programme ? Quelle est sa sortie ?
- b. Exécuter ce programme pour le nombre de cahiers achetés égal à 7 et le prix d'un cahier (en €) égal à 6.
- c. Exécuter ce programme pour le nombre de cahiers achetés égal à 12 et le prix d'un cahier (en €) égal à 6.

K3 Remettre un programme dans l'ordre

Voici les quatre blocs d'un programme, donnés dans le désordre.

- Ajouter 17
- Demander un nombre
- Multiplier par 9
- Afficher le résultat

- a. Remettre ces quatre blocs dans l'ordre qui donne un programme correct.
- b. Exécuter ce programme en entrant le nombre 5. Quel résultat affiche-t-il ?

K4 Exécuter un programme pas à pas

Voici un programme par blocs.

- Demander un nombre
- Ajouter 12
- Multiplier par 2
- Retrancher 15
- Afficher le résultat

- a. Exécuter ce programme pour les entrées 1, 10 et 13.

K5 Trouver l'erreur dans un programme

Un élève a écrit ce programme, mais il ne fait pas ce qu'il devrait.

- Demander un nombre
- Multiplier par 6
- Afficher le résultat
- Ajouter 13

- a. Quel résultat ce programme affiche-t-il si on entre 10 ?
- b. Quel résultat **aurait dû** afficher un programme qui multiplie 10 par 6 puis ajoute 13 ?
- c. Où est l'erreur ? Réécrire le programme correctement.

K6 Compléter un programme

Il manque une instruction dans ce programme. On sait qu'il s'agit d'une **addition**, et qu'en entrant 4, le programme affiche 29.

- Demander un nombre
- Multiplier par 5
- ?
- Afficher le résultat

- a. Quelle est l'instruction manquante ?
- b. Avec ce programme complété, quel résultat affiche-t-on en entrant 6 ?

K7 Un programme à deux entrées

Un site de vente en ligne calcule le montant à payer pour une commande de fournitures.

- Demander le prix d'un article
- Demander la quantité commandée
- Multiplier le prix par la quantité
- Ajouter 4 € de frais de livraison
- Afficher le montant à payer

- a. Quelles sont les deux entrées de ce programme ? Quelle est sa sortie ?
- b. Calculer le montant à payer pour 5 articles à 11 € pièce.
- c. Calculer le montant à payer pour 6 articles à 10 € pièce.

K8 Traduire une formule en programme par blocs

Pour chaque formule, écrire un programme par blocs (avec une entrée et une sortie) qui la calcule, puis exécuter ce programme pour le nombre indiqué.

1. Calculer le double du nombre, augmenté de 9, en partant de 7.
2. Calculer le nombre diminué de 2, le tout multiplié par 8, en partant de 14.

K9 Traduire un programme par blocs en expression numérique

Voici un programme par blocs.

Choisir le nombre 10.

- Demander un nombre
- Retrancher 9
- Multiplier le résultat par 5
- Afficher le résultat

- Écrire, en une seule expression, le calcul effectué par ce programme.
- Calculer le résultat affiché.

K10 Prévoir le résultat avant d'exécuter

Voici un programme par blocs.

Choisir le nombre 12.

- Demander un nombre
- Ajouter 4
- Multiplier le résultat par 10
- Afficher le résultat

Sans exécuter le programme, indiquer laquelle de ces trois valeurs est le résultat affiché : 160, 120 ou 26 ?

- Quelle valeur choisir ? Justifier sans poser de calcul intermédiaire écrit.
- Exécuter maintenant le programme pour vérifier.

K11 Comparer deux programmes

Ces deux programmes contiennent les deux mêmes blocs, mais pas dans le même ordre.

Programme A

- Multiplier par 7
- Ajouter 5 au résultat

Programme B

- Ajouter 5
- Multiplier le résultat par 7

- Appliquer les deux programmes aux nombres 10, 11 et 15.
- Les deux programmes donnent-ils toujours le même résultat ? Que peut-on en conclure sur l'ordre des instructions d'un programme ?

K12 Le programme de l'aire du rectangle

On veut un programme par blocs qui calcule l'aire d'un rectangle à partir de sa longueur et de sa largeur.

- Écrire ce programme, en précisant ses deux entrées et sa sortie.
- Exécuter ce programme pour une longueur de 6 cm et une largeur de 5 cm.
- Exécuter ce programme pour une longueur de 12 cm et une largeur de 5 cm.

K13 Le programme de la moyenne

On veut un programme par blocs qui calcule la moyenne de trois notes.

- Écrire ce programme, en précisant ses trois entrées et sa sortie.
- Exécuter ce programme pour les notes 5, 18 et 6.

K14 Le programme du prix soldé

Un magasin propose 50 % de réduction sur tous les articles. On veut un programme qui calcule le prix soldé à partir du prix initial d'un article.

- Écrire ce programme, en précisant son entrée et sa sortie.
- Exécuter ce programme pour un article à 100 €.
- Exécuter ce programme pour un article à 110 €.

K15 Comprendre une boucle « Répéter... fois »

Voici un programme par blocs.

- Demander un nombre
- Répéter 6 fois :
 - Ajouter 4 au résultat
- Afficher le résultat

- Combien de fois l'instruction « Ajouter 4 » est-elle exécutée ?
- Exécuter ce programme en entrant 5.
- Écrire, en une seule expression, le calcul que fait ce programme.

K16 Compter les exécutions d'une boucle

Voici un programme par blocs.

- Demander un nombre
- Répéter 5 fois :
 - Ajouter 8 au résultat
 - Retrancher 6 au résultat
- Afficher le résultat

- Combien de fois l'instruction « Ajouter 8 » est-elle exécutée ?
- Combien d'instructions au total ce programme exécute-t-il, en comptant l'entrée et la sortie ?
- Exécuter ce programme en entrant 2.

K17 Modifier le nombre de répétitions

Voici un programme par blocs.

- Demander un nombre
- Répéter ... fois :
 - Ajouter 3 au résultat
- Afficher le résultat

- En entrant 1, combien de fois faut-il répéter la boucle pour que le programme affiche 22 ?
- On garde 1 comme nombre de départ et on répète maintenant la boucle 5 fois. Quel nombre faut-il ajouter à chaque tour pour obtenir 16 ?

K18 Une boucle à plusieurs instructions

Voici un programme par blocs.

Choisir le nombre 1.

- Demander un nombre
- Répéter 3 fois :
 - Multiplier le résultat par 2
 - Ajouter 3 au résultat
- Afficher le résultat

a. Compléter le tableau ci-dessous, tour par tour.

Tour	Après $\times 2$	Après $+3$
1		
2		
3		

K19 Trouver l'erreur dans une boucle

Un élève a écrit ce programme, mais il ne fait pas ce qu'il devrait.

Choisir le nombre 1.

- Demander un nombre
- Répéter 4 fois :
 - Ajouter 7 au résultat
- Afficher le résultat

- a. Que va afficher ce programme, en entrant 1 ?
 b. Où est l'erreur ? Réécrire le programme correctement.

K20 Raccourcir un programme grâce à une boucle

Voici un programme par blocs.

Choisir le nombre 9.

- Demander un nombre
- Ajouter 8 au résultat
- Ajouter 8 au résultat
- Ajouter 8 au résultat
- Ajouter 8 au résultat
- Afficher le résultat

- a. Réécrire ce programme de façon plus courte, à l'aide d'une boucle.
 b. Exécuter ce programme en entrant 9.

K21 La hauteur du mur

Un maçon empile des rangées de parpaings pour construire un mur. Chaque rangée mesure 25 cm de haut. Ce programme calcule la hauteur totale du mur après avoir empilé 5 rangées.

- Mettre le résultat à 0
- Répéter 5 fois :
 - Ajouter 25 au résultat
- Afficher le résultat

- a. Exécuter ce programme. Quelle est la hauteur du mur, en cm ?
 b. Sans poser de division, utiliser le critère de divisibilité par 3 pour dire si cette hauteur est un multiple de 3.

Problèmes**K22 Le programme du photocopieur**

Une photocopieuse en libre-service facture 5 € de mise en route, puis 0,25 € par copie. Voici le programme qui calcule le prix total à payer pour un nombre de copies donné.

- Demander le nombre de copies
- Mettre le résultat à 5
- Répéter (nombre de copies) fois :
 - Ajouter 0,25 au résultat
- Afficher le résultat

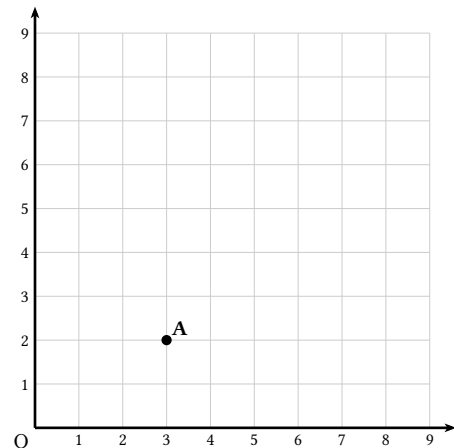
- a. Quel est le prix d'un tirage de 34 copies ?
 b. Un professeur dispose d'un budget de 17,68 €. Quel est le nombre maximal de copies qu'il peut faire sans dépasser ce budget ?

Pour la question 2, retirer d'abord les frais de mise en route du budget, puis diviser le reste par le prix d'une copie.

K23 Le robot du quadrillage

Un robot de sol part du point A(3; 2) et exécute le programme suivant, où chaque déplacement fait avancer le robot d'une unité de quadrillage.

- Répéter 3 fois :
 - Avancer d'une unité vers l'est
- Répéter 5 fois :
 - Avancer d'une unité vers le nord



- a. Quelles sont les coordonnées du robot juste après la première boucle (une fois le déplacement vers l'est terminé) ?
 b. Quelles sont les coordonnées du robot à la fin du programme ? On appelle B ce point d'arrivée.
 c. Tracer, sur le quadrillage, le trajet complet du robot de A jusqu'à B.

K24 Le carnet d'épargne

Léa a déjà 12 € dans sa tirelire. Chaque semaine, elle y ajoute 4 €. Voici le programme qui calcule ses économies après un certain nombre de semaines.

- Mettre le résultat à 12
- Répéter (nombre de semaines) fois :
 - Ajouter 4 au résultat
- Afficher le résultat

- Combien Léa aura-t-elle économisé au bout de 7 semaines ?
- Léa veut acheter un vélo à 36 €. Au bout de combien de semaines aura-t-elle économisé cette somme ?
- Léa décide de doubler la somme qu'elle ajoute chaque semaine. Atteindra-t-elle son objectif plus vite, ou moins vite ? Justifier sans poser de calcul.

Pour la question 2, retirer d'abord les économies initiales du prix du vélo.

K25 Le stand de tir à l'arc

Pour la kermesse du collège, le club de tir à l'arc installe un stand. Chaque participant paie 3 € de droit d'entrée au stand, puis 1 € pour chaque flèche qu'il tire — chacun tire le nombre de flèches qu'il souhaite.

- Écrire, sous la forme d'un programme par blocs comportant une entrée, une boucle et une sortie, un programme qui calcule ce que doit payer un participant.

Exercices pluridisciplinaires

K26 Le feu tricolore du carrefour

Un feu tricolore de carrefour est piloté par un boîtier électronique qui exécute ce programme. Le feu vert dure 19 s, le feu orange 4 s et le feu rouge 38 s.

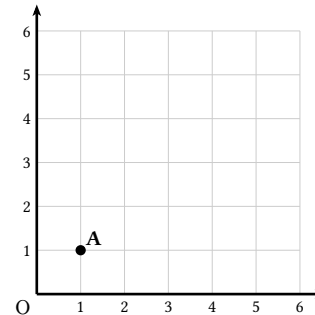
- Mettre le résultat à 0
- Répéter 5 fois :
 - Ajouter 19 au résultat
 - Ajouter 4 au résultat
 - Ajouter 38 au résultat
- Afficher le résultat

- Quelle est la durée d'un seul cycle vert-orange-rouge ?
- Quel résultat, en secondes, ce programme affiche-t-il pour 5 cycles ?
- Combien de fois le feu passe-t-il au rouge pendant ces 5 cycles ?

K27 Le motif en escalier

Une tortue graphique part du point A(1; 1) et répète le programme suivant, ce qui trace un motif en escalier.

- Répéter 3 fois :
 - Avancer de 1 vers l'est (en traçant le trait)
 - Avancer de 1 vers le nord (en traçant le trait)



- Combien de traits ce motif compte-t-il au total ?
- Quelles sont les coordonnées du point d'arrivée de la tortue ?
- Tracer le motif complet sur le quadrillage.

Calcul littéral : expressions

L1 Traduire une phrase en expression littérale

On note n un nombre quelconque. Traduire chaque phrase par une expression littérale.

1. Un nombre diminué de 12.
2. Le triple d'un nombre.
3. Le double d'un nombre.
4. Le nombre 14, diminué d'un nombre.
5. Un nombre multiplié par 6, puis augmenté de 11.
6. Un nombre augmenté de 12.

L2 Décrire une expression littérale par une phrase

On note x un nombre quelconque. Décrire chaque expression par une phrase. (Plusieurs phrases correctes sont possibles ; une seule suffit.)

1. $4x + 8$
2. $x + 7$
3. $2x - 4$
4. $x + 1$
5. $x - 11$
6. $2x$

L3 Formules de périmètre et d'aire

On considère un rectangle de longueur a et de largeur b , ainsi qu'un carré de côté k (toutes ces longueurs en cm). Écrire, sans les calculer, les expressions littérales demandées.

1. Le périmètre du rectangle.
2. L'aire du rectangle.
3. Le périmètre du carré.
4. L'aire du carré.
5. Ce rectangle est prolongé par ce carré, accolé à l'une de ses largeurs. L'aire totale de la figure ainsi obtenue.

L4 Produire une formule à partir d'une situation

Pour chaque situation, écrire une expression littérale, sans la calculer.

1. Un vendeur touche un salaire fixe de 30 € par mois, plus 4 € pour chaque article vendu. On note n le nombre d'articles vendus dans le mois. Exprimer son salaire mensuel en fonction de n .
2. Un plombier facture 29 € de déplacement, plus 6 € par heure d'intervention. On note h la durée de l'intervention, en heures. Exprimer le prix de l'intervention en fonction de h .
3. Une piscine municipale facture 25 € l'entrée, plus 5 € de location de casier par personne. On note n le nombre de personnes du groupe. Exprimer le prix payé par tout le groupe en fonction de n (l'entrée est collective, la location de casier est individuelle).
4. Une course de taxi coûte 27 € de prise en charge, plus 4 € par kilomètre parcouru. On note d la distance parcourue, en kilomètres. Exprimer le prix de la course en fonction de d .

L5 Traduire un programme de calcul avec une lettre

On note n le nombre choisi au départ de chaque programme. Traduire chaque programme par une expression littérale, sans la développer.

- Choisir un nombre.
- Lui soustraire 8.
- Multiplier le résultat par 12.

- Choisir un nombre.
- Le multiplier par 5.
- Soustraire 10 au résultat.

- Choisir un nombre.
- Lui ajouter 6.
- Multiplier le résultat par 10.

L6 Une formule pour une suite de figures

Pour un banquet, on aligne des tables carrées identiques. Chaque côté libre d'une table accueille une personne, mais lorsque deux tables sont accolées, leur côté commun n'accueille personne.



1 table : 4 places 2 tables : 6 places 3 tables : 8 places

1. En continuant le motif, combien de places offrent 9 tables alignées ?
2. Proposer une formule donnant le nombre de places autour de n tables alignées.
3. Vérifier cette formule pour 3 tables : retrouve-t-on bien 8 places ?

L7 Calculer la valeur d'une expression littérale

Calculer la valeur de chacune de ces expressions pour $x = 5$.

1. $6x - 9$
2. $11 - 9x$
3. $x - 2$
4. $4,5x$
5. $3x + 12$

L8 Calculer une expression pour plusieurs valeurs

Compléter les tableaux de valeurs ci-dessous.

1. $4x + 11$

x	1	2	4
Valeur	?	?	?

2. $3x - 4$

x	1	3	6
Valeur	?	?	?

L9 Vérifier une formule géométrique par substitution

Le périmètre d'un rectangle de longueur L et de largeur l est donné par $P = 2 \times (L + l)$, et son aire par $A = L \times l$. Le périmètre d'un carré de côté c est donné par $P = 4 \times c$, et son aire par $A = c \times c$. Toutes les longueurs ci-dessous sont en cm.

1. Calculer P et A pour un rectangle avec $L = 11$ et $l = 7$.
2. Calculer P et A pour un carré avec $c = 12$.

L10 Tester une égalité pour une valeur donnée

Pour $x = 3$, ces égalités sont-elles vraies ou fausses ? Justifier en calculant les deux membres.

1. $7x + 3 = 3 + 7x$
2. $7x + 13 = 7x + 19$
3. $6x + 6 = 6x + 11$
4. $5x + 3 = 3 + 5x$
5. $2x + 10 = 10 + 2x$

L11 Trouver l'erreur dans une substitution

Voici six substitutions rédigées par des élèves, pour $x = 7$. Pour chacune, dire si elle est juste ou fausse. Si elle est fausse, expliquer l'erreur commise et écrire le calcul correct.

1. $10 \times 7 - 4 \times 7 = 70 - 4 = 66$
2. $6 \times 7 + 12 = 6 \times 19 = 114$
3. $4 \times 7 + 12 = 28 + 12 = 40$
4. $37 - 5 \times 7 = 37 - 35 = 2$
5. $(6 + 3) \times 7 = 6 + 3 \times 7 = 27$
6. $31 - 2 \times 7 = 29 \times 7 = 203$

L12 Associer une expression à sa valeur

Pour $x = 9$, associer chaque expression à sa valeur, choisie dans la liste ci-dessous (chaque valeur ne sert qu'une fois).

57 45 17 36 14

- a. $8x - 27$
- b. $2x - 1$
- c. $4x + 0$
- d. $3x + 30$
- e. $5x - 31$

L13 Programme de calcul et vérification par substitution

Pour chaque programme, Léo propose une formule pour le résultat obtenu à partir d'un nombre de départ n . Vérifier s'il a raison.

- Choisir un nombre.
- Le multiplier par 5.
- Ajouter 4 au résultat.

Léo affirme qu'avec un nombre de départ n , ce programme donne toujours $5 \times (n + 4)$. Tester son affirmation en prenant $n = 4$ comme nombre de départ : appliquer le programme, calculer la formule de Léo, et comparer.

- Choisir un nombre.
- Le multiplier par 6.
- Ajouter 6 au résultat.

Léo affirme qu'avec un nombre de départ n , ce programme donne toujours $6 \times (n + 6)$. Tester son affirmation en prenant $n = 3$ comme nombre de départ : appliquer le programme, calculer la formule de Léo, et comparer.

- Choisir un nombre.
- Le multiplier par 3.
- Ajouter 7 au résultat.

Léo affirme qu'avec un nombre de départ n , ce programme donne toujours $3 \times (n + 7)$. Tester son affirmation en prenant $n = 7$ comme nombre de départ : appliquer le programme, calculer la formule de Léo, et comparer.

L14 Somme ou produit ?

Chacune de ces expressions est une somme, une différence ou un produit. Préciser laquelle, puis donner ses termes ou ses facteurs.

La nature d'une expression est donnée par la dernière opération que l'on effectue quand on la calcule.

- | | |
|-----------------------|--------------------------------|
| a. $3 \times (x + 8)$ | b. $4x + 8$ |
| c. $7 - 6x$ | d. $5 \times x \times (3 + 9)$ |
| e. $7x + 13x$ | f. $4x - 13$ |

L15 Développer une expression littérale

Développer chacune de ces expressions.

- | | |
|----------------------------|------------------------|
| a. $(x + 9) \times 9$ | b. $6 \times (x - 9)$ |
| c. $4 \times (x + 12)$ | d. $2 \times (13 - x)$ |
| e. $7 \times (x + 11 + 3)$ | f. $(x - 11) \times 8$ |

L16 Factoriser une expression littérale

Factoriser chacune de ces expressions.

Commencer par repérer le facteur commun aux différents termes ; il peut être écrit à gauche ou à droite dans chacun d'eux.

- | | |
|-----------------------------------|-----------------------|
| a. $7x + 7 \times 6 + 7 \times 8$ | b. $5x + 5$ |
| c. $x \times 8 + 12 \times 8$ | d. $9x - 9 \times 7$ |
| e. $3x + 3 \times 4$ | f. $3x + 13 \times 3$ |

L17 Réduire une expression littérale

Réduire chacune de ces expressions, c'est-à-dire regrouper les termes en x entre eux et les termes constants entre eux.

- | | |
|---------------------------------|------------------------|
| a. $12x + 13 + 6x - 16$ | b. $15 - 17 + 5x - 9x$ |
| c. $-12 + 3x + 7 + 5x$ | d. $13 + 9x + 3x - 16$ |
| e. $11,5x - 18,5 + 6,5x + 14,5$ | |

L18 Développer puis réduire

Développer, puis réduire, chacune de ces expressions.

- a. $4 \times (x + 11) - 1x$ b. $4 + 5 \times (x + 8)$
 c. $10x + 8 \times (x - 5)$ d. $6 \times (x + 10) + 10x$
 e. $5 \times (6 - x) + 9x$

L19 Distributivité et aire d'un rectangle

Le rectangle ci-dessous est partagé en deux rectangles A et B. Les longueurs sont données en centimètres ; la largeur de A n'est pas connue, elle est notée x .



- a. Exprimer l'aire de A, puis l'aire de B, puis la somme des deux, sans la calculer davantage.
 b. Exprimer la largeur totale du grand rectangle, puis son aire, sous la forme d'un produit.
 c. En déduire que $6 \times (x + 3) = 6x + 18$.

L20 Vrai ou faux : calcul littéral

Ces affirmations sont-elles vraies ou fausses ? Justifier : par une règle du cours si l'affirmation est vraie, par un contre-exemple si elle est fausse.

- a. $3 \times (x + 9) = 3x + 9$
 b. $3x + 3 \times 9 = 3 \times (x + 9)$
 c. $3x + 9x = 12x$
 d. $3x - 9 = 3 \times (x - 9)$
 e. $3x + 9 + 4x = 7x + 9$
 f. Quelle que soit la valeur de x , l'expression $3x + 9$ est toujours supérieure à 9.

L21 Une expression, plusieurs écritures

Chacune des cinq expressions développées ci-dessous correspond à l'une des cinq expressions factorisées données dans le désordre. Associer chaque lettre au bon numéro.

- a. $7x + 49$
 b. $4x + 52$
 c. $8x + 96$
 d. $3x + 45$
 e. $2x + 6$

1. $4 \times (x + 13)$ 2. $8 \times (x + 12)$ 3. $7 \times (x + 7)$ 4. $2 \times (x + 3)$
 5. $3 \times (x + 15)$

L22 Démontrer une propriété par le calcul littéral

On affirme que **la somme de trois entiers consécutifs est toujours un multiple de 3**.

- Vérifier cette affirmation avec les trois entiers consécutifs 39, 40 et 41.
- Un exemple ne suffit pas à prouver que c'est **toujours** vrai. On note n le premier des trois entiers consécutifs. Exprimer les deux suivants en fonction de n , puis écrire la somme des trois.
- Développer, puis réduire, cette somme.
- En factorisant le résultat par 3, expliquer pourquoi cette somme est un multiple de 3, quel que soit l'entier n choisi au départ.

L23 Réfuter par un contre-exemple

Ces affirmations sont fausses. Pour chacune, donner un contre-exemple qui le prouve.

Un seul contre-exemple suffit à démolir une affirmation générale ; les valeurs 0, 1 et -1 sont souvent les plus simples à tester en premier.

- a. Pour tout nombre x , x augmenté de son double est toujours supérieur à 17.
 b. Pour tout entier n , $8n + 31$ est toujours un multiple de 8.
 c. Pour tout nombre x , l'opposé de $5x$ est toujours négatif.
 d. Pour tout entier n , la somme de trois entiers consécutifs $n + (n + 1) + (n + 2)$ est toujours un multiple de 7.
 e. Pour tout nombre x , $7x$ est toujours supérieur à x .

L24 Vrai ou faux : démontrer ou réfuter

Ces affirmations sont-elles vraies ou fausses ? Justifier : par un calcul littéral si l'affirmation est vraie, par un contre-exemple si elle est fausse.

- a. La somme de deux nombres pairs est toujours paire.
 b. Le double d'un nombre entier, augmenté de 1, est toujours impair.
 c. Le double d'un nombre entier, augmenté de 1, est toujours pair.
 d. La somme de deux multiples de 4 est toujours un multiple de 4.
 e. Le successeur d'un multiple de 3 est toujours un multiple de 3.
 f. La somme d'un nombre entier et de son successeur est toujours un nombre impair.
 g. Un nombre pair et le nombre entier qui le précède ont toujours la même parité.

L25 Formuler une conjecture à partir d'un programme de calcul

Voici un programme de calcul.

- Choisir un nombre.
- Calculer son double.
- Ajouter le nombre de départ.
- Ajouter 1.

1. Compléter le tableau ci-dessous, en appliquant le programme à chaque nombre de départ.

Nombre de départ	1	2	3	7
Résultat	?	?	?	?

2. En observant le tableau, conjecturer une formule donnant le résultat en fonction du nombre de départ n .
 3. Prouver cette conjecture en traduisant directement le programme par une expression littérale, puis en la réduisant.

L26 Conjecturer à partir d'un tableau de valeurs

Ce tableau a été obtenu avec un tableur, en appliquant la même formule à chaque valeur de x .

x	1	2	3	4	5
y	3	5	7	9	11

1. Calculer l'écart entre deux valeurs de y consécutives. Que remarque-t-on ?
 2. Conjecturer une formule donnant y en fonction de x .
 3. Vérifier cette formule pour $x = 8$, une valeur qui n'est pas dans le tableau.

L27 Prouver une propriété de divisibilité

On affirme que la somme d'un multiple de 3 et d'un multiple de 6 est toujours un multiple de 3.

1. Vérifier cette affirmation avec le multiple de 3 égal à $3 \times 7 = 21$ et le multiple de 6 égal à $6 \times 2 = 12$.
 2. Un exemple ne suffit pas. On note a et b deux entiers. Écrire un multiple de 3 en fonction de a , et un multiple de 6 en fonction de b , puis la somme des deux.
 3. 6 est lui-même un multiple de 3 : écrire 6 sous la forme $3 \times \dots$. En déduire une nouvelle écriture de la somme, où 3 est clairement en facteur commun.
 4. Conclure.

Problèmes**L28 Personnaliser des tee-shirts pour la classe**

Une entreprise de sérigraphie facture 18 € de réglage de la machine pour un motif, plus 15 € par t-shirt imprimé avec ce motif. La classe commande des t-shirts avec un motif à l'avant et un autre, différent, à l'arrière ; chaque motif nécessite son propre réglage, facturé séparément.

1. On note n le nombre de t-shirts commandés. Exprimer, en fonction de n , le prix de l'impression du seul motif avant.
 2. Le motif arrière est facturé de la même façon. Exprimer le prix total des deux impressions, sans le réduire.
 3. Réduire cette expression en la factorisant. Que représente, dans la situation, le nombre qui se retrouve en facteur ?
 4. La classe compte 30 élèves, chacun commandant un t-shirt. Calculer le prix total de deux façons différentes : avec l'expression du prix total non réduite, puis avec sa forme factorisée. Vérifie-t-on bien le même résultat ?

L29 Un cadre pour la photo de classe

Une photo de classe rectangulaire mesure 25 cm de large sur 11 cm de haut. On l'entoure d'un cadre en carton, de largeur e (en cm) tout autour de la photo.

1. Exprimer, en fonction de e , la largeur puis la hauteur totales de la photo encadrée.
 2. En déduire une expression, sous forme d'un produit, du périmètre du cadre extérieur.
 3. Développer, puis réduire, cette expression.
 4. Le photographe choisit une largeur de cadre $e = 6$ cm. Calculer le périmètre du cadre extérieur, en utilisant l'expression réduite.

L30 Comparer deux abonnements de salle de sport

Deux salles de sport proposent chacune un abonnement annuel : une inscription unique, puis un tarif par séance.

- Salle Nord : 34 € d'inscription, puis 6 € par séance.
- Salle Sud : 38 € d'inscription, puis 9 € par séance.

1. On note n le nombre de séances suivies dans l'année. Exprimer, en fonction de n , le prix total payé à la salle Nord, puis à la salle Sud.
 2. Calculer le prix total dans chaque salle pour $n = 11$ séances. Quelle salle est la moins chère pour ce nombre de séances ?
 3. Exprimer, en fonction de n , l'écart de prix entre la salle Nord et la salle Sud (prix Nord moins prix Sud), sans le réduire, puis réduire cette expression.
 4. Dans l'expression réduite, que représente, dans la situation, le nombre qui multiplie n ? Et le terme constant ?

L31 Un tour de calcul mental

Lors de la fête de fin d'année, un camarade anime un stand de « tours de calcul mental ». Il annonce le programme suivant, et affirme qu'il retombe toujours sur le même nombre, quel que soit le nombre de départ choisi par le joueur.

- Choisir un nombre.
- Ajouter 4.
- Multiplier le résultat par 2.
- Soustraire 2 fois le nombre de départ.

- a. Teste ce programme avec plusieurs nombres de ton choix, dont au moins un nombre négatif. Que remarques-tu ?
- b. Formule une conjecture : quel est ce nombre, d'après toi ?
- c. Prouve que ta conjecture est vraie, quel que soit le nombre de départ.

Exercices pluridisciplinaires

L32 Convertir une température en degrés Fahrenheit

En sciences physiques, une température peut s'exprimer en degrés Celsius ($^{\circ}\text{C}$) ou en degrés Fahrenheit ($^{\circ}\text{F}$). Pour convertir une température de c $^{\circ}\text{C}$ en degrés Fahrenheit, on multiplie c par 1,8, puis on ajoute 32.

1. Traduire cette règle par une formule donnant f , la température en degrés Fahrenheit, en fonction de c , la température en degrés Celsius.
2. Un manuel de sciences indique qu'une température de 5 $^{\circ}\text{C}$ correspond à une fièvre chez l'être humain. Calculer, en $^{\circ}\text{F}$, la température correspondante.
3. Un four affiche une température de 59 $^{\circ}\text{F}$. Une recette de cuisine affirme que cela correspond à 15 $^{\circ}\text{C}$. Vérifier cette affirmation à l'aide de la formule.

L33 La facture de location de vélos électriques

Une entreprise de location de vélos électriques facture un abonnement mensuel fixe de 20 €, plus 2 € par heure d'utilisation dans le mois.

1. On note h le nombre d'heures d'utilisation dans le mois. Exprimer, en fonction de h , le montant total facturé pour ce mois.
2. Calculer le montant facturé pour 7 heures d'utilisation, puis pour 13 heures d'utilisation.
3. Camille affirme avoir payé 54 € ce mois-ci, pour 13 heures d'utilisation. Vérifier son affirmation à l'aide de la formule.

Parallélogrammes

M1 Vocabulaire et définition du parallélogramme

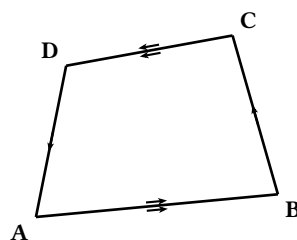
Ces affirmations sont-elles vraies ou fausses ? Justifier.

- Un parallélogramme est un quadrilatère qui a ses côtés opposés parallèles deux à deux.
- Il suffit qu'une seule paire de côtés opposés soit parallèle pour que le quadrilatère soit un parallélogramme.
- Dans le quadrilatère LKPQ, on sait que (LK) est parallèle à (QP), et que (KP) est parallèle à (LQ). Ce quadrilatère est donc un parallélogramme.
- Dans un parallélogramme LKPQ, les sommets L et P sont des sommets opposés, comme K et Q.
- Dans un parallélogramme LKPQ, les segments [LP] et [KQ] sont ses côtés.
- Un carré, qui a bien ses côtés opposés parallèles deux à deux, est un cas particulier de parallélogramme.

M2 Reconnaître un parallélogramme sur une figure codée

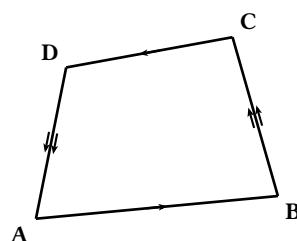
Sur les figures ci-dessous, un chevron simple indique une paire de côtés donnée comme parallèles, un chevron double une autre paire. Ces figures ne sont pas dessinées avec précision : on se fie uniquement au codage indiqué, jamais à l'allure du dessin.

a.



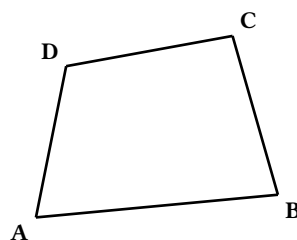
D'après le codage, ABCD est-il un parallélogramme ? Justifier.

b.



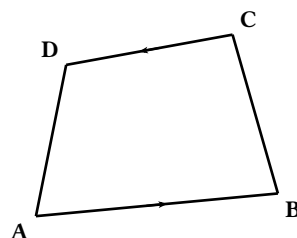
D'après le codage, ABCD est-il un parallélogramme ? Justifier.

c.



D'après le codage, ABCD est-il un parallélogramme ? Justifier.

d.



D'après le codage, ABCD est-il un parallélogramme ? Justifier.

M3 Compléter un parallélogramme connaissant trois sommets

- a. Dans un repère, on donne $A(4; 5)$, $B(1; 2)$ et $C(4; 7)$. Placer ces trois points, puis déterminer les coordonnées du point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.
- b. Vérifier, en comptant les carreaux, que (AB) est bien parallèle à (DC) , et que (BC) est parallèle à (AD) .

M4 Les trois parallélogrammes possibles

Dans un repère, on donne trois points, non alignés : $A(6; 7)$, $B(5; 6)$ et $C(7; 9)$. On cherche un quatrième point D tel que ces quatre points, dans un certain ordre, forment un parallélogramme. Comme à l'exercice 3, on obtient un tel point en choisissant lequel des trois points est le sommet commun aux deux côtés connus, puis en reportant le même déplacement pour placer D .

- a. En prenant B comme sommet commun aux côtés $[BA]$ et $[BC]$, déterminer les coordonnées de D_1 tel que $ABCD_1$ soit un parallélogramme.
- b. En prenant A comme sommet commun aux côtés $[AB]$ et $[AC]$, déterminer les coordonnées de D_2 tel que $BACD_2$ soit un parallélogramme.
- c. En prenant C comme sommet commun aux côtés $[CA]$ et $[CB]$, déterminer les coordonnées de D_3 tel que $ACBD_3$ soit un parallélogramme.
- d. Placer A , B , C , D_1 , D_2 et D_3 dans un même repère. Les trois points D_1 , D_2 et D_3 sont-ils confondus ?

M5 Construire un parallélogramme connaissant deux côtés et un angle

On veut construire un parallélogramme $ABCD$ tel que $AB = 6$ cm, $AD = 3$ cm et $\angle BAD = 118^\circ$.

Programme de construction

- Tracer un segment $[AB]$ de 6 cm.
- Avec le rapporteur, tracer depuis A une demi-droite formant un angle de 118° avec $[AB]$.
- Sur cette demi-droite, placer D tel que $AD = 3$ cm.
- Tracer la parallèle à $[AB]$ passant par D , et la parallèle à $[AD]$ passant par B : leur intersection est le sommet C .

- a. Réaliser cette construction à la règle, à l'équerre et au rapporteur.
- b. Mesurer DC et BC . Que remarque-t-on ?

M6 Construire un parallélogramme à partir d'un triangle

Tracer un triangle ABC tel que $AB = 7$ cm, $AC = 7$ cm et $\angle BAC = 102^\circ$.

Programme de construction

- Tracer, à la règle et à l'équerre, la parallèle à (AB) passant par C .
- Tracer, à la règle et à l'équerre, la parallèle à (AC) passant par B .
- Ces deux droites se coupent en un point D . Nommer $ABDC$ le quadrilatère obtenu.

- a. Réaliser cette construction.
- b. Pourquoi $ABDC$ est-il nécessairement un parallélogramme ?
- c. Un camarade affirme qu'on obtiendrait un parallélogramme différent en traçant plutôt la parallèle à (BC) passant par A et la parallèle à (AC) passant par B . A-t-il raison ?

M7 Côtés opposés d'un parallélogramme

$ABCD$ est un parallélogramme. Dans un parallélogramme, les côtés opposés ont la même longueur.

- a. On sait que $AD = 9$ cm. Que vaut BC ? Pourquoi ?
- b. On sait aussi que $AB = 2x + 3$ (en cm) et $DC = x + 9$ (en cm). Que peut-on dire de ces deux expressions ? En déduire la valeur de x , puis la longueur commune de AB et DC .
- c. Calculer le périmètre du parallélogramme $ABCD$.

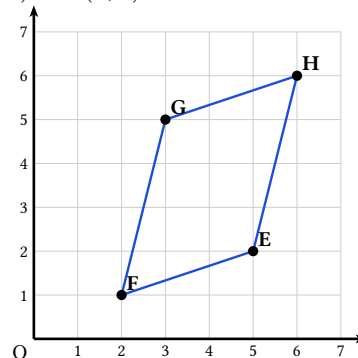
M8 Trouver un sommet grâce aux diagonales

$ABCD$ est un parallélogramme (dans cet ordre). On donne $A(1; 5)$, $B(2; 4)$ et $C(9; 7)$. Les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu.

- a. $[AC]$ est une diagonale de $ABCD$. Calculer les coordonnées du point O , milieu de $[AC]$.
- b. $[BD]$ est l'autre diagonale : O est donc aussi le milieu de $[BD]$. En déduire les coordonnées de D .
- c. Placer les quatre points et vérifier la figure obtenue.

M9 Justifier la nature d'un quadrilatère par ses diagonales

Dans un repère, $EFGH$ est un quadrilatère. On donne $E(5; 2)$, $F(2; 1)$, $G(3; 5)$ et $H(6; 6)$.



- a. Calculer les coordonnées du milieu de la diagonale $[EG]$.
- b. Calculer les coordonnées du milieu de la diagonale $[FH]$.
- c. $EFGH$ est-il un parallélogramme ? Justifier à l'aide de la propriété caractéristique des diagonales.

M10 Justifier la nature d'un quadrilatère par ses côtés

Si un quadrilatère a ses côtés opposés de même longueur deux à deux, alors c'est un parallélogramme. D'après les longueurs données, peut-on affirmer que chaque quadrilatère ABCD ci-dessous est un parallélogramme ? Justifier.

- a. $AB = 6$ cm, $BC = 7$ cm, $CD = 6$ cm, $DA = 8$ cm. b. $AB = 7$ cm, $BC = 4$ cm, $CD = 6$ cm, $DA = 4$ cm.
 c. $AB = 9$ cm, $BC = 4$ cm, $CD = 9$ cm, $DA = 4$ cm. d. $AB = 6$ cm, $BC = 6$ cm, $CD = 6$ cm, $DA = 6$ cm.

M11 Périmètre d'un parallélogramme en fonction de ses côtés

On note L et l les longueurs des deux côtés consécutifs d'un parallélogramme.

- a. Exprimer le périmètre P de ce parallélogramme en fonction de L et l , sous la forme d'une somme, puis sous la forme d'un produit.
 b. Calculer P pour $L = 6$ cm et $l = 2$ cm.
 c. Un autre parallélogramme a un périmètre de 30 cm et un côté de 7 cm. Calculer la longueur de l'autre côté.

M12 Vrai ou faux sur les côtés et les diagonales

Ces affirmations sont-elles vraies ou fausses ? Justifier.

- a. Dans un parallélogramme, les côtés opposés ont la même longueur.
 b. ABCD est un parallélogramme avec $AB = 4$ cm. Alors $DC = 6$ cm.
 c. Dans un parallélogramme, les diagonales se coupent en leur milieu.
 d. ABCD est un parallélogramme dont les diagonales se coupent en $O(5; 5)$. Alors le milieu de $[BD]$ est $(6; 5)$.
 e. Dans un parallélogramme, deux côtés consécutifs ont toujours la même longueur.
 f. Si un quadrilatère a ses diagonales de même longueur, alors c'est forcément un parallélogramme.

M13 Construire un parallélogramme connaissant son centre

O est le point d'intersection des diagonales d'un parallélogramme ABCD à construire. On donne $O(7; 7)$, $A(6; 4)$ et $B(6; 8)$.

- a. Sachant que O est le milieu de la diagonale $[AC]$, déterminer les coordonnées de C .
 b. Sachant que O est aussi le milieu de la diagonale $[BD]$, déterminer les coordonnées de D .
 c. Placer les cinq points et tracer le parallélogramme ABCD.

M14 Rectangle, losange et carré : vocabulaire

Ces affirmations sont-elles vraies ou fausses ? Justifier.

- a. Un rectangle est un parallélogramme qui a un angle droit.
 b. Un losange est un parallélogramme qui a deux côtés consécutifs de la même longueur.
 c. Un carré est un parallélogramme qui est à la fois un rectangle et un losange.
 d. Tout carré est un rectangle.
 e. Tout rectangle est un losange.
 f. UJMG est un rectangle. C'est donc, en particulier, un parallélogramme.

M15 Reconnaître un rectangle grâce à ses diagonales

Si un parallélogramme a ses diagonales de la même longueur, alors c'est un rectangle. Pour chaque parallélogramme ABCD ci-dessous, dire s'il s'agit d'un rectangle, et justifier.

- a. $AC = 6$ cm et $BD = 9$ cm.
 b. $AC = 7$ cm et $BD = 10$ cm.

M16 Reconnaître un losange grâce à ses côtés

Si un parallélogramme a deux côtés consécutifs de la même longueur, alors c'est un losange. ABCD est un parallélogramme tel que $AB = 2x + 2$ (en cm) et $AD = x + 9$ (en cm).

- a. Sachant que ABCD est un losange, que peut-on dire des longueurs AB et AD ? En déduire la valeur de x .
 b. Quelle est alors la longueur commune des quatre côtés du losange ABCD ?

M17 Construire un rectangle connaissant ses dimensions

On veut construire un rectangle ABCD tel que $AB = 10$ cm et $BC = 3$ cm.

Programme de construction

- Tracer un segment $[AB]$ de 10 cm.
- À l'équerre, tracer en A et en B deux demi-droites perpendiculaires à $[AB]$, du même côté.
- Sur ces demi-droites, placer D et C tels que $AD = BC = 3$ cm.
- Tracer le segment $[DC]$ pour terminer le rectangle.

- a. Réaliser cette construction à la règle et à l'équerre.
 b. Mesurer DC , ainsi que les quatre angles du rectangle obtenu. Que remarque-t-on ?

M18 Construire un losange connaissant son côté et une diagonale

On veut construire un losange ABCD tel que $AB = BC = CD = DA = 6$ cm et $AC = 4$ cm.

Programme de construction

- Tracer la diagonale $[AC]$ de 4 cm.
- Tracer l'arc de cercle de centre A et de rayon 6 cm.
- Tracer l'arc de cercle de centre C et de même rayon 6 cm : il coupe le précédent en deux points.
- Nommer B l'un de ces deux points, D l'autre, et tracer le losange ABCD.

- a. Réaliser cette construction à la règle et au compas.
 b. Tracer la diagonale $[BD]$. Que peut-on observer sur la façon dont elle coupe $[AC]$, au rapporteur et à la règle ?

M19 Construire un carré connaissant son côté

On veut construire un carré ABCD de côté 5 cm.

Programme de construction

- Tracer un segment [AB] de 5 cm.
- À l'équerre, tracer en A et en B deux demi-droites perpendiculaires à [AB], du même côté.
- Sur ces demi-droites, placer D et C tels que $AD = BC = 5$ cm.
- Tracer le segment [DC] pour terminer le carré.

- Réaliser cette construction à la règle et à l'équerre.
- Tracer les deux diagonales du carré obtenu. Mesurer leurs longueurs, et l'angle qu'elles forment entre elles.

M20 Trier des parallélogrammes particuliers

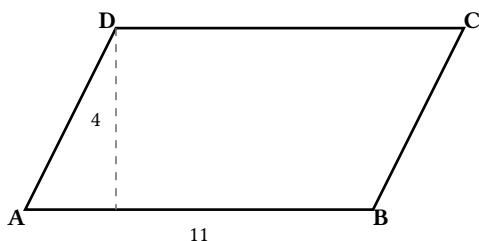
ABCD est un parallélogramme. Pour chacun des cas suivants, préciser sa nature la plus précise possible : parallélogramme quelconque, rectangle, losange ou carré. Justifier.

- ABCD a un angle droit et deux côtés consécutifs de la même longueur.
- ABCD a des côtés consécutifs de longueurs différentes, et aucun angle droit.
- ABCD a un angle droit.
- ABCD a ses diagonales de la même longueur.

M21 Calculer l'aire d'un parallélogramme

L'aire d'un parallélogramme se calcule avec la formule $A = b \times h$, où b est la longueur d'un côté (la base) et h la longueur de la hauteur relative à ce côté.

- Calculer l'aire du parallélogramme ABCD ci-dessous. Les longueurs sont en centimètres.



- Calculer l'aire d'un parallélogramme de base 12 cm et de hauteur 3 cm.
- Calculer l'aire d'un parallélogramme de base 9 cm et de hauteur 6 cm.

M22 Trouver une dimension manquante connaissant l'aire

Pour chaque parallélogramme, une dimension manque : la retrouver à partir de l'aire et de l'autre dimension.

- Aire 36 cm^2 , base 6 cm : trouver la hauteur.
- Aire 80 cm^2 , base 10 cm : trouver la hauteur.
- Aire 56 cm^2 , hauteur 7 cm : trouver la base.
- Aire 56 cm^2 , hauteur 8 cm : trouver la base.

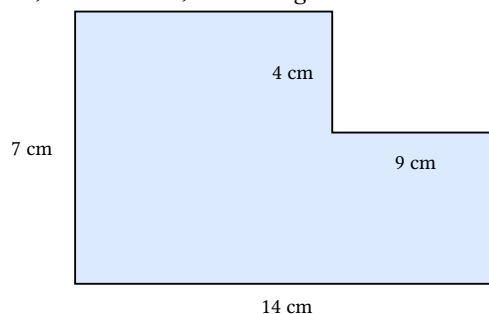
M23 Aire d'un losange et d'un carré

Un losange et un carré sont, eux aussi, des parallélogrammes particuliers : la formule $A = b \times h$ s'y applique donc aussi.

- Un losange a un côté de 10 cm, et la hauteur relative à ce côté mesure 10 cm. Calculer son aire.
- Un carré a un côté de 9 cm. Quelle est, dans ce cas, la hauteur relative à ce côté ? En déduire l'aire du carré.

M24 Aire d'une figure complexe

La figure ci-dessous est un rectangle de 14 cm sur 7 cm, auquel on a retiré, dans un coin, un rectangle de 9 cm sur 4 cm.



- Calculer l'aire du grand rectangle, avant qu'on en retire un coin.
- Calculer l'aire du rectangle retiré.
- En déduire l'aire de la figure complexe.

M25 Convertir des unités de longueur

Convertir chaque longueur dans l'unité demandée.

- $88 \text{ dm} = \dots \text{ cm}$
- $10 \text{ mm} = \dots \text{ cm}$
- $6 \text{ m} = \dots \text{ dm}$
- $64 \text{ cm} = \dots \text{ dm}$
- $95 \text{ dm} = \dots \text{ m}$
- $76 \text{ cm} = \dots \text{ mm}$

M26 Convertir des unités d'aire

On rappelle que $1 \text{ m}^2 = 10000 \text{ cm}^2$, et que $1 \text{ m}^2 = 100 \text{ dm}^2$. Convertir chaque aire dans l'unité demandée.

- $90000 \text{ cm}^2 = \dots \text{ m}^2$
- $8 \text{ m}^2 = \dots \text{ cm}^2$
- $1100 \text{ dm}^2 = \dots \text{ m}^2$
- $12 \text{ m}^2 = \dots \text{ dm}^2$

M27 Comparer des aires dans des unités différentes

Un terrain A a une aire de 140 cm^2 , un terrain B une aire de 50 dm^2 , et un terrain C une aire de 2 m^2 .

- Convertir les trois aires dans la même unité, au choix.
- Ranger les trois terrains par aire croissante.

Problèmes**M28 Le jardin en forme de parallélogramme**

de Malo possède un jardin en forme de parallélogramme ABCD. Le côté [AB] mesure 16 m, le côté [AD] mesure 8 m, et la hauteur relative à [AB] mesure 5 m.

- Quel est le périmètre du jardin ABCD ?
- de Malo veut poser du grillage tout autour, à 10 € le mètre. Quel est le coût total du grillage ?
- Quelle est l'aire du jardin, en m^2 ?
- Malo veut aussi couvrir le jardin de gazon en rouleaux, chacun couvrant 8 m^2 . Combien de rouleaux doit-il acheter ?

M29 Formules pour une terrasse

Une terrasse a la forme d'un parallélogramme dont un côté mesure c (en m), et dont la hauteur relative à ce côté mesure $c - 4$ (elle est plus courte que le côté de 4 m). L'autre côté du parallélogramme mesure 5 m.

- Exprimer l'aire A de la terrasse en fonction de c , sous la forme d'un produit non développé.
- Développer cette expression, sous la forme d'une différence (on écrira $c \times c$, et non une puissance).
- Calculer A pour $c = 11$ m, avec les deux expressions (non développée et développée), et vérifier qu'on trouve le même résultat.
- Exprimer le périmètre P de la terrasse en fonction de c , puis le calculer pour $c = 11$ m.

M30 Vrai parallélogramme ?

$ABCD$ est un quadrilatère. Sa diagonale $[AC]$ forme, avec ses côtés, les angles suivants : $\angle BAC = 23^\circ$, $\angle DCA = 42^\circ$, $\angle DAC = 41^\circ$ et $\angle BCA = 50^\circ$.

- $[AC]$ est une sécante commune à (AB) et (DC) . D'après les angles $\angle BAC$ et $\angle DCA$, (AB) et (DC) sont-elles parallèles ? Justifier.
- $[AC]$ est aussi une sécante commune à (AD) et (BC) . D'après les angles $\angle DAC$ et $\angle BCA$, (AD) et (BC) sont-elles parallèles ? Justifier.
- $ABCD$ est-il un parallélogramme ? Justifier.

M31 Le terrain à clôturer

Un agriculteur veut délimiter un terrain en forme de parallélogramme, en utilisant comme l'un des côtés un mur déjà existant, rectiligne, qui mesure 7 m. Il dispose de 17 m de clôture, à utiliser en totalité ou en partie pour les trois autres côtés (le mur n'a pas besoin de clôture). Enfin, l'aire du terrain doit être d'au moins 17 m^2 .

Proposer des dimensions pour ce terrain qui respectent toutes ces contraintes, réaliser un schéma à l'échelle 1 cm pour 1 m, et vérifier sur ce schéma que chaque contrainte est bien respectée. Justifier chaque choix.

Exercices pluridisciplinaires**M32 Le champ sur le cadastre**

Sur le plan cadastral d'une commune, une parcelle agricole a la forme d'un parallélogramme. À l'échelle $\frac{1}{2500}$ du plan (1 cm sur le plan représente 2500 cm dans la réalité), sa base mesure 8 cm et la hauteur relative à cette base mesure 6 cm.

- Convertir la base et la hauteur mesurées sur le plan en mètres réels.
- Calculer l'aire réelle de la parcelle, en m^2 .

M33 Le marquage du terrain de handball

Le terrain de handball est un rectangle de 44 m sur 18 m. Avant la saison, l'entraîneur fait retracer les lignes blanches tout autour du terrain.

- Calculer le périmètre du terrain, en m (c'est la longueur totale de ligne à peindre).
- Un pot de peinture permet de tracer 25 m de ligne. Combien de pots l'entraîneur doit-il acheter ?
- Calculer l'aire du terrain, en m^2 (surface totale à entretenir).
- Sur le plan de marquage fourni par la fédération, la surface de but (juste devant chaque but) est un rectangle de 600 cm sur 300 cm. Convertir ces deux mesures en mètres.

Puissances : carré et cube

N1 Passer de l'écriture produit à l'écriture puissance

Écrire chacun des produits suivants sous la forme d'une puissance (carré ou cube), puis calculer sa valeur.

- | | |
|--------------------------|--------------------------|
| a. $3 \times 3 \times 3$ | b. 11×11 |
| c. $5 \times 5 \times 5$ | d. $6 \times 6 \times 6$ |
| e. 7×7 | f. 5×5 |

N2 Connaître les carrés des entiers de 0 à 12

Donner, sans calculatrice, la valeur de chacun des carrés suivants.

- | | | |
|-----------|-----------|----------|
| a. 10^2 | b. 7^2 | c. 1^2 |
| d. 2^2 | e. 9^2 | f. 3^2 |
| g. 12^2 | h. 11^2 | i. 4^2 |
| j. 0^2 | k. 8^2 | l. 6^2 |
| m. 5^2 | | |

N3 Connaître le cube de 10

Calculer chacun des cubes suivants.

- | | | |
|----------|-----------|----------|
| a. 1^3 | b. 4^3 | c. 6^3 |
| d. 2^3 | e. 10^3 | |

N4 Écrire un nombre sous la forme d'une puissance

Écrire chacun des nombres suivants sous la forme d'une puissance (au choix, un carré ou un cube).

- | | |
|-------|---------|
| a. 81 | b. 144 |
| c. 8 | d. 1000 |

N5 Vrai ou faux sur la notation puissance

Ces affirmations sont-elles vraies ou fausses ? Justifier : par une règle du cours si l'affirmation est vraie, par un calcul si elle est fausse.

- $4^2 = 4 \times 2$
- $(-5)^3$ est un nombre négatif.
- $(-7)^2$ est un nombre négatif.
- $(-9)^2 = 9^2$
- $4^3 = 4 \times 4 \times 4$
- 6^3 et $(-6)^3$ sont deux nombres égaux.

N6 Carrés et cubes de nombres relatifs

Pour chacun des nombres suivants, calculer son carré puis son cube.

- $(-6)^2$ puis $(-6)^3$
- $(-2)^2$ puis $(-2)^3$
- $(-4)^2$ puis $(-4)^3$

N7 Comparer des carrés et des cubes

Calculer la valeur de chacun des quatre nombres suivants, puis les ranger dans l'ordre croissant.

$$5^2 \quad (-3)^2 \quad 5^3 \quad (-6)^3$$

N8 Calculer une expression avec un carré

Effectuer les calculs suivants, en commençant par le carré.

- | | |
|---------------|--------------------|
| a. $5^2 - 4$ | b. $15 + 7^2 - 27$ |
| c. $40 + 4^2$ | d. 4×5^2 |

N9 Calculer une expression avec un cube

Effectuer les calculs suivants, en commençant par le cube.

- | | |
|-------------------|-------------------|
| a. 3×2^3 | b. $4 + 4^3 - 13$ |
| c. $38 + 2^3$ | d. $5^3 - 117$ |

N10 Enchainements avec puissances et parenthèses

Effectuer les calculs suivants, en respectant les priorités opératoires.

- | | |
|-------------------------|-------------------------|
| a. $3^2 + 3 \times 8$ | b. $(6 + 9) \times 2^2$ |
| c. $9 \times (5 - 3)^2$ | d. $(7 - 3)^2$ |

N11 Attention aux parenthèses avec un carré

Pour chacun des deux couples de nombres, calculer $(a + b)^2$ puis $a^2 + b^2$. Ces deux résultats sont-ils égaux ?

- $a = 5$ et $b = 9$.
- $a = 9$ et $b = 7$.

N12 Expressions avec des nombres relatifs et une puissance

Calculer les expressions suivantes.

- | | |
|----------------------|----------------------|
| a. $(-5)^2 + 9$ | b. $9 - (-5)^3$ |
| c. $(-2)^3 - (-2)^2$ | d. $(-2)^2 + (-2)^2$ |

N13 Trouver l'erreur dans un calcul avec puissance

Chacun de ces trois calculs contient une erreur. La retrouver, l'expliquer, puis donner le bon résultat.

- $7 + 8^2 = (7 + 8)^2 = 225$.
- $(-7)^2 = -49$.
- $(-3)^3 = 27$.

N14 Aires et volumes, carré et cube

Longueurs en centimètres.

- Un carré a un côté de 4 cm. Calculer son périmètre puis son aire.
- Un cube a une arête de 2 cm. Calculer le volume de ce cube.

N15 Calculer la valeur d'une expression littérale avec un carré

Calculer la valeur de chaque expression pour la valeur de x indiquée.

- $E = x^2 + 18$, pour $x = 3$.
- $E = 7x^2$, pour $x = 3$.
- $E = x^2 - 6$, pour $x = 3$.

N16 Calculer la valeur d'une expression littérale avec un cube

Calculer la valeur de chaque expression pour la valeur de x indiquée.

- $E = 7x^3$, pour $x = 3$.
- $E = x^3 - 7$, pour $x = 2$.
- $E = x^3 + 14$, pour $x = 3$.

N17 Tester une égalité contenant une puissance

Pour la valeur de x indiquée, l'égalité est-elle vraie ou fausse ? Justifier en calculant le membre de gauche.

- $x^2 + 3 = 52$, pour $x = 7$.
- $x^2 + 11 = 36$, pour $x = 5$.
- $x^2 + 12 = 52$, pour $x = 6$.

N18 Produire une formule avec une puissance

Répondre aux trois questions suivantes.

- un napperon a la forme d'un carré de côté c . Exprimer, en fonction de c : le périmètre, puis l'aire.
- un dé a la forme d'un cube d'arête a . Exprimer, en fonction de a , le volume.
- On choisit un nombre n , on l'élève au carré, puis on ajoute 6. Exprimer, en fonction de n , le résultat obtenu.

N19 Expressions littérales avec des relatifs et une puissance

Calculer la valeur de chaque expression pour la valeur de x indiquée.

- $E = x^2 + 14$, pour $x = -3$.
- $E = 6x^2 - 15$, pour $x = -2$.
- $E = 14 - x^3$, pour $x = -2$.
- $E = x^3 + 12$, pour $x = -5$.

N20 Un contre-exemple avec une puissance

Ces deux affirmations sont fausses. Pour chacune, donner un contre-exemple (une valeur de n pour laquelle l'affirmation ne fonctionne pas), et calculer la puissance correspondante pour le prouver.

- d'Ilyes affirme : « Le carré d'un nombre est toujours strictement positif. »
- de Malo affirme : « Le cube d'un nombre est toujours positif. »

N21 Traduire un programme de calcul avec une puissance

Répondre aux deux questions suivantes.

Programme A

- Choisir un nombre.
- L'élèver au cube.
- Ajouter 13.

- Écrire, en fonction de n , l'expression donnée par le programme A, puis calculer le résultat obtenu en partant de $n = 7$.
- Le programme B est donné par l'expression $9 - 8x^2$. Décrire, par une phrase, les étapes de ce programme.

Problèmes**N22 Le carrelage de la terrasse**

de Malo fait construire une terrasse carrée de 5 m de côté. Il a repéré un carrelage à 39 € le mètre carré, et dispose d'un budget de 1049 € pour cet achat.

- Calculer l'aire de la terrasse.
- Calculer le coût total du carrelage.
- Le budget de de Malo suffit-il ? Justifier, puis conclure.

N23 La citerne cubique

Une citerne de récupération d'eau de pluie a la forme d'un cube d'arête 3 m. On rappelle que $1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ L}$.

- Calculer le volume de la citerne, en m^3 .
- Convertir ce volume en litres.
- Un tuyau remplit la citerne (vide) à un débit de 540 L par minute. Combien de temps faut-il pour la remplir complètement ?

N24 Deux terrains carrés à clôturer

Un agriculteur possède deux terrains carrés : le premier a 18 m de côté, le second 27 m de côté. Il veut les clôturer : le grillage du premier terrain coûte 10 €/m, celui du second 14 €/m.

- Calculer l'aire de chacun des deux terrains.
- Calculer le périmètre de chacun des deux terrains, puis le coût de sa clôture.
- Quel terrain a la plus grande aire ? Quel terrain coûte le moins cher à clôturer ? Ces deux réponses sont-elles le même terrain ?

N25 Quel bac de rangement choisir ?

Un magasin vend des bacs de rangement cubiques, en plastique, de deux tailles. Le petit bac a une arête de 2 dm et coûte 10 €. Le grand bac a une arête de 7 dm et coûte 26 €. On rappelle que $1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ L}$.

Un client hésite entre les deux : il veut ranger le plus grand volume possible pour le prix le plus avantageux.

Lequel des deux bacs lui conseiller ? Justifier la réponse par des calculs.

Exercices pluridisciplinaires**N26 Un capteur solaire carré (Physique-Chimie)**

Un capteur solaire, de forme carrée, a un côté de 4 m. Dans les conditions d'installation, il produit 2,1 kWh d'énergie par mètre carré et par jour.

- Calculer l'aire du capteur solaire.
- Calculer l'énergie produite par ce capteur en une journée.
- En déduire l'énergie produite en une semaine.

N27 Une culture de bactéries (SVT)

Une culture de bactéries, en laboratoire, compte initialement 300 bactéries. Dans des conditions favorables, cette population double chaque heure.

- Après 2 heures, la population a doublé deux fois, donc été multipliée par $2 \times 2 = 2^2$. Calculer la population après 2 heures.
- Après 3 heures, la population a été multipliée par 2^3 . Calculer la population après 3 heures.
- Un élève affirme qu'après 3 heures, la population a « triplé ». A-t-il raison ? Expliquer, à l'aide de la question précédente.

Probabilités

O1 Reconnaître une expérience aléatoire

Pour chacune des situations suivantes, indiquer s'il s'agit d'une **expérience aléatoire** — on ne peut pas prévoir le résultat à l'avance — ou non. Justifier brièvement.

- Vérifier si 84 est un multiple de 3.
- Mesurer, avec une règle, la longueur d'un segment tracé sur une feuille.
- Lancer une pièce de monnaie et regarder sur quelle face elle tombe.
- Calculer le double de 15.
- Tirer une carte au hasard dans un jeu de 32 cartes.

O2 Lister les issues d'une expérience aléatoire

Pour chacune des expériences aléatoires suivantes, écrire la liste de toutes ses issues possibles.

- On lance un dé à six faces, numérotées de 1 à 6.
- On lance une pièce de monnaie.
- On fait tourner une roue de loterie partagée en 7 secteurs égaux, numérotés de 1 à 7.

O3 Évènement certain, impossible ou possible

On lance un dé à six faces, numérotées de 1 à 6. Pour chacun des évènements suivants, dire s'il est certain, impossible, ou possible mais pas certain.

- obtenir un multiple de 3
- obtenir un nombre strictement supérieur à 6
- obtenir un nombre inférieur ou égal à 6
- obtenir un nombre premier
- obtenir un nombre entier

O4 Décrire un évènement par une phrase

On lance un dé à six faces, numérotées de 1 à 6. Voici quatre évènements, décrits par la liste des issues qui les réalisent. Trouver, pour chacun, une phrase qui décrit cet évènement.

- | | |
|----------------|----------------|
| a. {1 ; 2} | b. {2 ; 4 ; 6} |
| c. {4 ; 5 ; 6} | d. {3 ; 6} |

O5 Issue ou évènement ?

Pour chacune des expressions suivantes, dire s'il s'agit d'une **issue** (un seul résultat de l'expérience) ou d'un **évènement** (une propriété, réalisée par une ou plusieurs issues).

- | | |
|------------------------------------|---|
| a. obtenir un nombre supérieur à 4 | b. obtenir un multiple de 5 |
| c. 3 (résultat d'un lancer de dé) | d. Pile (résultat d'un lancer de pièce) |
| e. obtenir Pile ou Face | f. 6 (résultat d'un lancer de dé) |

O6 Une issue réalise-t-elle l'évènement ?

On lance un dé à six faces. Pour chacun des quatre lancers suivants, dire si l'évènement indiqué est réalisé ou non.

- Issue obtenue : 6. Évènement : « obtenir un nombre inférieur ou égal à 2 ».
- Issue obtenue : 5. Évènement : « obtenir un nombre impair ».
- Issue obtenue : 5. Évènement : « obtenir un diviseur de 6 ».
- Issue obtenue : 4. Évènement : « obtenir un multiple de 3 ».

O7 Le vocabulaire des probabilités en contexte

Inès joue à un jeu de société avec un dé à 12 faces, numérotées de 1 à 12. À chaque tour, elle lance le dé, et gagne un bonus si le nombre obtenu est un multiple de 3.

- Quelle est l'expérience aléatoire, ici ?
- Combien cette expérience a-t-elle d'issues possibles ? Les lister.
- Quel évènement doit se réaliser pour que Inès gagne le bonus ? Écrire une phrase qui le décrit.
- À un tour, Inès obtient 12. Le bonus est-il gagné à ce tour ?

O8 Vrai ou faux sur le vocabulaire des probabilités

Ces affirmations sont-elles vraies ou fausses ? Justifier : par un argument général si l'affirmation est vraie, par un contre-exemple si elle est fausse.

- Une issue est un résultat possible d'une expérience aléatoire.
- Un évènement ne peut être réalisé que par une seule issue à la fois.
- Sur une roue partagée en 6 secteurs égaux, numérotés de 1 à 6, il y a exactement 6 issues possibles.
- Si on lance un dé à six faces, obtenir 7 est un évènement possible.
- Un évènement certain se réalise quelle que soit l'issue obtenue.
- Toutes les expériences aléatoires ont le même nombre d'issues possibles.

O9 Équiprobable ou non ?

Pour chacune des expériences aléatoires suivantes, dire si toutes ses issues ont la même chance de se réaliser (on dit alors qu'il y a **équiprobabilité**). Justifier.

- Tourner une roue partagée en 4 secteurs de tailles différentes : un grand secteur rouge, et trois petits secteurs bleu, vert et jaune.
- Lancer un dé à six faces normal, non truqué.
- Lancer une pièce de monnaie bien équilibrée.
- Tirer une boule dans un sac contenant 3 boules rouges, 3 boules bleues et 3 boules vertes, toutes indiscernables au toucher.
- Tirer une carte au hasard dans un jeu de 32 cartes bien mélangé.

O10 Lancer un dé : calculer une probabilité

On lance un dé à six faces, numérotées de 1 à 6. Les six issues sont équiprobables. Calculer la probabilité de chacun des événements suivants, sous la forme d'une fraction la plus simple possible.

- L'évènement « obtenir un diviseur de 6 ».
- L'évènement « obtenir un nombre impair ».
- L'évènement « obtenir un nombre supérieur ou égal à 5 ».

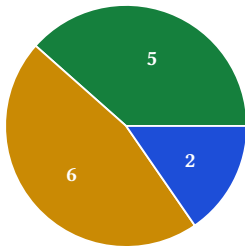
O11 Lancer une pièce : calculer une probabilité

On lance une pièce de monnaie bien équilibrée.

- Quelles sont les deux issues possibles ? Sont-elles équiprobables ? Quelle est la probabilité d'obtenir Pile ? Écrire cette probabilité sous forme de fraction, puis de pourcentage.
- On lance maintenant la pièce deux fois de suite. Lister les quatre issues possibles (par exemple « PF » pour Pile puis Face). Sont-elles équiprobables ?
- Calculer la probabilité de l'évènement « obtenir au moins un Pile ».

O12 Tourner une roue à secteurs égaux

Une roue de loterie est partagée en 13 secteurs de même taille : les 13 issues sont donc équiprobables. Elle est coloriée ainsi : 5 secteur(s) vert, 6 secteur(s) jaune et 2 secteur(s) bleu.



- Quelle est la probabilité que la flèche s'arrête sur un secteur jaune ?
- Quelle est la probabilité que la flèche s'arrête sur un secteur bleu ?

O13 Tirer une boule dans un sac

Un sac contient 12 boules indiscernables au toucher : 10 boules rouges, 1 boule bleue et 1 boule jaune. On tire une boule au hasard.

- Toutes les boules ont-elles la même chance d'être tirées ? Et toutes les couleurs ?
- Quelle est la probabilité de tirer une boule rouge ?
- Quelle est la probabilité de tirer une boule bleue ?
- Sans calcul supplémentaire, quelle couleur a le plus de chances d'être tirée ?

O14 La probabilité d'un évènement composé de plusieurs issues

On lance un dé à six faces, numérotées de 1 à 6. Un évènement relié par « ou » se réalise dès que l'une des deux conditions est vérifiée. Calculer la probabilité de chacun des événements suivants.

- L'évènement « obtenir un nombre strictement inférieur à 3 **ou** un multiple de 3 ».
- L'évènement « obtenir un multiple de 2 **ou** un nombre strictement supérieur à 4 ».

O15 Comparer deux probabilités

Le sac A contient 8 boules indiscernables au toucher, dont 5 rouges. Le sac B contient 10 boules indiscernables au toucher, dont 3 rouges. On tire une boule au hasard dans chaque sac.

- Donner la probabilité de tirer une boule rouge dans le sac A.
- Donner la probabilité de tirer une boule rouge dans le sac B.
- Dans quel sac a-t-on le plus de chances de tirer une boule rouge ? Justifier en réduisant les deux fractions au même dénominateur.

O16 Vrai ou faux sur les probabilités

Ces affirmations sont-elles vraies ou fausses ? Justifier.

- Dans une expérience équiprobable, toutes les issues ont la même probabilité de se réaliser.
- La probabilité d'un évènement certain vaut toujours 1.
- La probabilité d'un évènement impossible vaut toujours 0.
- La somme des probabilités de toutes les issues d'une expérience équiprobable vaut toujours 1.
- Sur un dé à 7 faces, numérotées de 1 à 7, la probabilité d'obtenir un nombre précis (par exemple 1) est $\frac{1}{7}$.
- Une probabilité peut être supérieure à 1.

O17 Compléter un tableau d'effectifs après une série de lancers

Léna lance 40 fois un dé à six faces, et note à chaque fois la face obtenue. Voici le tableau des effectifs qu'elle a obtenus ; une case a été effacée.

Face	1	2	3	4	5	6
Effectif	5	3	?	4	4	2

- Retrouver l'effectif manquant, celui de la face 3.
- Calculer la fréquence décimale de chaque face.

O18 Calculer des fréquences à partir de résultats observés

Adam lance 20 fois une pièce de monnaie, et note à chaque fois le résultat (P pour Pile, F pour Face). Voici la liste de ses 20 résultats, dans l'ordre : P – F – P – F – F – F – F – F – F – F – P – F – F – F – P – P – P – F – F – P – F.

- Compter l'effectif de Pile et l'effectif de Face.
- Calculer la fréquence décimale, puis la fréquence en pourcentage, de chacun des deux résultats.

O19 Fréquences en pourcentage d'une expérience répétée

Une roue de loterie est censée être partagée en 4 secteurs de même taille : rouge, bleu, vert et jaune. Pour le vérifier, on l'a fait tourner 100 fois et on a noté à chaque fois la couleur obtenue.

Couleur	rouge	bleu	vert	jaune
Effectif	20	30	27	23

- Vérifier que l'effectif total correspond bien aux 100 tours de roue.
- Exprimer la fréquence de chaque couleur en pourcentage. (Astuce : l'effectif total étant 100, la fréquence en pourcentage se lit directement.)
- Si la roue avait vraiment 4 secteurs de même taille, quelle serait la probabilité théorique d'obtenir chaque couleur ? Les fréquences observées sont-elles exactement égales à cette probabilité ? Est-ce surprenant ?

O20 Effectif total et vérification d'une expérience

Sarah a lancé plusieurs fois un dé à six faces et a relevé les effectifs suivants.

Face	1	2	3	4	5	6
Effectif	2	7	6	2	3	3

- Combien de fois Sarah a-t-elle lancé le dé au total ?
- Quelle face est sortie le plus souvent ? Le moins souvent ?
- Calculer, sous la forme d'une fraction la plus simple possible, la fréquence de la face sortie le plus souvent.

O21 Comparer fréquence observée et probabilité théorique

On lance 50 fois un dé à six faces, numérotées de 1 à 6, et on note à chaque fois si le nombre obtenu est pair ou impair. Le nombre obtenu est pair 30 fois sur les 50 lancers.

- Si le dé est équilibré, quelle est la probabilité théorique d'obtenir un nombre pair ?
- Calculer la fréquence observée de « obtenir un nombre pair », sous forme décimale puis en pourcentage.
- Cette fréquence observée est-elle exactement égale à la probabilité théorique ? Ce résultat remet-il en cause l'équilibre du dé ?

O22 Construire un tableau à partir d'une liste de résultats

Ilyes a lancé 24 fois un dé à six faces, et a noté ses résultats dans l'ordre : 2 – 5 – 6 – 3 – 4 – 3 – 6 – 6 – 5 – 6 – 2 – 1 – 6 – 5 – 6 – 5 – 4 – 2 – 3 – 3 – 6 – 6 – 4 – 6.

- Construire le tableau des effectifs de chaque face, de 1 à 6, à partir de cette liste.
- Calculer, sous la forme d'une fraction la plus simple possible, la fréquence de la face 1.
- Calculer, sous la forme d'une fraction la plus simple possible, la fréquence de la face 4.

O23 Vrai ou faux sur effectifs et fréquences d'une expérience

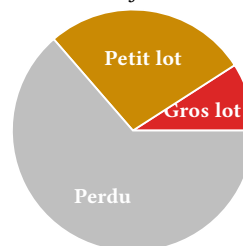
Ces affirmations sont-elles vraies ou fausses ? Justifier.

- Si on lance un dé 60 fois, l'effectif total des six faces vaut 60.
- La fréquence observée d'un résultat est toujours exactement égale à sa probabilité théorique, même avec peu de lancers.
- Pour calculer une fréquence, on divise l'effectif d'un résultat par l'effectif total.
- Si les 4 faces d'un dé sortent le même nombre de fois lors d'une expérience, alors la fréquence de chaque face vaut $\frac{1}{4}$.
- La somme des fréquences de tous les résultats d'un tableau vaut toujours 1.
- Plus on répète une expérience équiprobable, plus les fréquences observées ont tendance à se rapprocher des probabilités théoriques.

Problèmes

O24 La roue de la kermesse

Pour la kermesse de l'école, un stand propose une roue partagée en 11 secteurs de même taille : 1 secteur(s) « gros lot », 3 secteur(s) « petit lot », et 7 secteur(s) « perdu ». Chaque participant fait tourner la roue une fois.



- Quelle est la probabilité de gagner le gros lot, en un jeu ?
- Quelle est la probabilité de gagner un lot, gros ou petit, en un jeu ?
- Sur une journée, 77 personnes jouent au total. Combien de gros lots peut-on espérer voir distribués, en moyenne, sur toute la journée ?

O25 Le sac de billes mystère

Un sac contient 20 billes indiscernables au toucher, de trois couleurs : bleues, rouges et vertes. On ne connaît pas sa composition exacte, mais on a tiré une bille au hasard 140 fois de suite, en la remettant à chaque fois dans le sac avant le tirage suivant. Voici les effectifs observés.

Couleur	bleues	rouges	vertes
Effectif	21	63	56

- Calculer la fréquence décimale de chaque couleur, sur les 140 tirages.
- Sachant que le sac contient exactement 20 billes, en déduire le nombre de billes de chaque couleur qu'il contient probablement.
- Vérifier que le total retrouvé correspond bien aux 20 billes.

O26 Le stand de la fête foraine

Un stand de fête foraine propose un jeu à une roue. Les probabilités annoncées sur l'affiche sont : 13 % de gagner une peluche, 18 % de gagner un sachet de bonbons, et 69 % de ne rien gagner.

1. Vérifier que ces trois pourcentages représentent bien la totalité des possibilités.
2. Quelle est la probabilité de gagner **un lot** (peluche ou bonbons), sous la forme d'une fraction la plus simple possible ?
3. Sur une journée, 200 personnes jouent au stand. Combien peut-on espérer voir gagner une peluche, en moyenne ?
4. En réalité, exactement 13 % des 200 joueurs de la journée gagneront-ils forcément une peluche ? Expliquer.

O27 Invente ta propre expérience aléatoire

Invente une expérience aléatoire de ton choix (dé, roue, sac de billes, jeu de cartes, ou toute autre idée), qui possède **au moins trois** issues possibles.

- a. Décris précisément cette expérience, et liste toutes ses issues possibles.
- b. Cette expérience est-elle équiprobable ? Justifie ta réponse.
- c. Choisis un événement de ton choix, réalisé par au moins deux issues, et calcule sa probabilité en expliquant ta méthode.
- d. Si tu répétais cette expérience un grand nombre de fois, quelles fréquences observées attendrais-tu pour cet événement ? Seraient-elles forcément exactement égales à la probabilité calculée ci-dessus ? Explique.

Exercices pluridisciplinaires**O28 Les lancers francs au basketball**

Pendant l'entraînement de basketball, Ilyes s'entraîne aux lancers francs. Sur les 60 derniers lancers tentés, il en a réussi 21.

1. Calculer la fréquence de réussite de Ilyes, sous la forme d'une fraction la plus simple possible, puis d'un pourcentage.
2. Si Ilyes retente un lancer franc, quelle est la probabilité qu'il le réussisse, en admettant que cette fréquence donne une bonne estimation de sa probabilité de réussite ?
3. Sur ses 5 prochains lancers, est-il certain que Ilyes en réussisse exactement le même pourcentage ? Expliquer.

O29 La lotería mexicaine

La **Lotería** est un jeu de cartes traditionnel très populaire au Mexique et dans plusieurs pays hispanophones. Contrairement au loto, elle se joue avec un jeu de 54 cartes illustrées, toutes différentes (le soleil, la lune, le diable, l'échelle...). L'animateur (« **el cantor** ») pioche les cartes une à une et annonce leur nom ; chaque joueur possède une planche (« **la tabla** ») avec des images, et doit couvrir celles qui sont annoncées, jusqu'à compléter une ligne.

Adam joue à la lotería avec ses correspondants mexicains. Le jeu complet contient 54 cartes différentes, bien mélangées, et il a repéré que 4 d'entre elles représentent ses images préférées.

1. Piocher la première carte du jeu est-elle une expérience aléatoire ? Combien a-t-elle d'issues possibles ? Sont-elles équiprobables ?
2. Quelle est la probabilité que la première carte piochée soit une des 4 images préférées de Adam ? Donner le résultat sous forme de fraction, sans la simplifier.
3. Cette fraction peut-elle être simplifiée ? Justifier.

Équations

P1 Le vocabulaire des équations

Pour chacune des équations suivantes, préciser l'inconnue, le premier membre et le second membre.

1. $y + 10 = 23$
2. $5x = 25$
3. $n + 17 = 20$
4. $t + 20 = 25$

P2 Équation ou expression ?

Pour chacune de ces écritures, dire s'il s'agit d'une équation ou d'une simple expression littérale. Justifier en une phrase.

1. $x + 11 = 16$
2. $x - 8$
3. $4x + 4$
4. $x + 12 = 16$
5. $x + 3 = 11$
6. $7x - 5$

P3 Une solution, oui ou non ?

Pour chaque équation, dire si la valeur proposée est solution ou non. Justifier en calculant le premier membre.

1. $x + 14 = 20 - 10$ est-il solution ?
2. $6x = 66 - 15$ est-il solution ?
3. $x + 3 = 13 - 10$ est-il solution ?
4. $3x = 21 - 9$ est-il solution ?

P4 Trouver la solution parmi plusieurs valeurs

Pour chaque équation, tester les trois valeurs proposées afin de trouver laquelle est la solution.

1. $x + 15 = 23$ — valeurs proposées : 7, 10 ou 8.
2. $x + 16 = 25$ — valeurs proposées : 9, 10 ou 8.

P5 De la case vide à la lettre

Dans chaque égalité, la case $\square$ représente un nombre inconnu. Réécrire l'égalité en remplaçant la case par la lettre x , puis trouver la valeur de x par calcul mental.

1. $\square + 10 = 12$
2. $7 \times \square = 56$
3. $\square + 10 = 12$
4. $\square + 6 = 8$

P6 Vrai ou faux, à propos des équations

Ces affirmations sont-elles vraies ou fausses ? Justifier.

- a. Dans l'équation $5x = 35$, l'inconnue est 35.
- b. Dans l'équation $x + 10 = 17$, le second membre est 17.
- c. 7 est solution de l'équation $5x = 35$.
- d. 3 est solution de l'équation $5x = 16$.
- e. L'équation $x + 10 = 17$ est du type $ax = c$.

P7 Un même type, plusieurs lettres

Voici cinq équations, chacune avec une inconnue différente. Les classer en deux groupes : celles du type $ax = c$, et celles du type $x + b = c$.

1. $8n = 88$
2. $y + 16 = 24$
3. $7x = 70$
4. $t + 17 = 27$
5. $m + 11 = 16$

P8 Traduire un problème additif en équation

Pour chaque situation, écrire une équation permettant de trouver la quantité cherchée, **sans la résoudre**. On notera x cette quantité.

1. Dans 2 ans, d'Inès aura 10 ans. Quel est l'âge actuel d'Inès ?
2. Un carton contient déjà 6 livres. Une fois rempli, il en contiendra 20. Combien de livres reste-t-il à y ajouter ?
3. Un randonneur a déjà parcouru 12 km d'un sentier long de 25 km. Combien de kilomètres lui reste-t-il à parcourir ?
4. Inès a déjà économisé 18 € pour un vélo qui coûte 26 €. Combien elle manque-t-il ?

P9 Traduire un problème multiplicatif en équation

Pour chaque situation, écrire une équation permettant de trouver la quantité cherchée, **sans la résoudre**. On notera x cette quantité.

1. 4 places de cinéma identiques ont coûté 24 € en tout. Quel est le prix d'une place ?
2. Un ruban est décoré d'un motif qui se répète 8 fois, chaque motif ayant la même longueur. Le ruban mesure 32 cm. Quelle est la longueur d'un motif ?
3. Une classe de 8 élèves vend des calendriers, chacun au même prix, et récolte 88 € en tout. Quel est le prix d'un calendrier ?
4. Un poulailler compte 16 poules, qui pondent chacune le même nombre d'œufs par semaine. Ensemble, elles pondent 96 œufs par semaine. Combien d'œufs une poule pond-elle par semaine ?

P10 Reconnaître le type d'une équation

Pour chaque problème, indiquer, sans l'écrire ni le résoudre, si l'équation correspondante est du type $ax = c$ ou du type $x + b = c$.

1. 8 stylos identiques couleraient en tout 96 €. Quel est le prix d'un stylo ?
2. 3 sacs contiennent le même nombre de billes, soit 30 billes en tout. Combien de billes y a-t-il dans un sac ?
3. Un livre compte 80 pages. Léna en a déjà lu 53. Combien lui en reste-t-il à lire ?
4. Un club de sport a un budget de 31 €. Il a déjà dépensé 15 € en matériel. Combien lui reste-t-il ?
5. Dans 5 ans, Malo aura 17 ans. Quel est son âge actuel ?

P11 Associer un problème à son équation

Associer chaque problème numéroté à l'équation, lettrée a à d, qui permet de le résoudre.

- 4 cahiers identiques couteraient 16 € en tout. Quel est le prix d'un cahier ?
 - Une équipe de course à pied a déjà couru 25 km ; il lui reste x km pour atteindre 34 km. Combien de kilomètres lui reste-t-il ?
 - 3 équipes de x joueurs chacune comptent 27 joueurs en tout. Combien de joueurs par équipe ?
 - Un club avait déjà 19 adhérents ; après une campagne d'inscription, il en compte 28. Combien de nouveaux adhérents la campagne a-t-elle apportés ?
- a. $x + 19 = 28$ b. $x + 25 = 34$ c. $4x = 16$ d. $3x = 27$

P12 Mettre en équation un problème d'aire ou de périmètre

Pour chaque figure, écrire une équation permettant de trouver la longueur manquante, **sans la résoudre**.

- Un carré a un périmètre de 48 cm. On note x la longueur de son côté, en cm.
- Un rectangle de 12 cm de long a une aire de 36 cm². On note x sa largeur, en cm.

P13 Mettre en équation un problème de budget

Pour chaque situation, écrire une équation permettant de trouver la quantité cherchée, **sans la résoudre**. On notera x cette quantité.

- Une agence de voyage vend 11 billets de train identiques pour un montant total de 66 €. Quel est le prix d'un billet ?
- Une famille a déjà versé un acompte de 70 € pour des travaux. La facture totale s'élève à 101 €. Quelle somme reste-t-il à régler ?

P14 Mettre en équation un problème de partage

Pour chaque situation, écrire une équation permettant de trouver la quantité cherchée, **sans la résoudre**. On notera x cette quantité.

- Sarah et 3 amis (soit 4 personnes en tout) se partagent équitablement un gain de 44 € trouvé à une tombola. Quelle somme reçoit chacun ?
- Un paquet de 76 images de collection est réparti à parts égales entre 4 albums. Chaque album en reçoit le même nombre. Combien d'images contient un album ?

P15 Choisir la lettre et écrire l'équation

Pour chaque situation, choisir une lettre pour désigner la quantité cherchée, puis écrire l'équation correspondante, **sans la résoudre**.

- 6 places de spectacle identiques ont coûté 30 € en tout. Quel est le prix d'une place ?
- Un carton vide pèse 13 kg. Une fois rempli d'objets, il pèse 23 kg. Quel est le poids des objets ajoutés ?
- Une exploitation compte 4 ruches, chacune produisant le même nombre de pots de miel : 36 pots en tout. Combien de pots une ruche produit-elle ?

P16 Résoudre des équations du type $ax = c$

Résoudre chacune des équations suivantes.

- $5x = 10$
- $7x = 91$
- $9x = 18$
- $8x = 96$
- $7x = 84$

P17 Résoudre des équations du type $x+b = c$

Résoudre chacune des équations suivantes.

- $x + 17 = 39$
- $x + 24 = 28$
- $x + 25 = 32$
- $x + 17 = 30$
- $x + 12 = 40$

P18 Résoudre un mélange d'équations

Résoudre chacune des équations suivantes.

- $x + 24 = 40$
- $6x = 48$
- $3x = 18$
- $3x = 39$
- $x + 11 = 28$
- $x + 5 = 22$
- $x + 22 = 51$

P19 Résoudre des équations du type $ax = c$ avec des décimaux

Résoudre chacune des équations suivantes.

- $1,5x = 7,5$
- $2,5x = 20$
- $8x = 20$
- $4x = 10$

P20 Résoudre des équations du type $x+b = c$ avec des décimaux

Résoudre chacune des équations suivantes.

- $x + 4,9 = 10,8$
- $x + 2,9 = 11,5$
- $x + 2,3 = 9,4$
- $x + 2 = 8,9$

P21 Trouver l'erreur dans une résolution

Chacune de ces résolutions, proposées par un élève, contient une erreur. La retrouver, l'expliquer, puis donner la solution correcte.

- $5x = 25$ donc $x = 25 - 5 = 20$.
- $x + 17 = 32$ donc $x = 32 + 17 = 49$.
- $2x = 6$ donc $x = 6 \div 2 = 5$.

P22 Vérifier une solution en la substituant

Résoudre chaque équation, puis vérifier la solution trouvée en la substituant dans l'équation de départ.

- $2x = 14$
- $x + 4 = 24$
- $6x = 78$

P23 Résoudre une équation issue d'un problème

Pour chaque problème, écrire une équation, la résoudre, puis répondre à la question posée.

- Une salle de spectacle compte 13 rangées de sièges identiques, soit 182 sièges en tout. Combien de sièges compte une rangée ?
- Un récipient contenait 464 mL d'eau. Après avoir ajouté de l'eau, il en contient 554 mL. Quelle quantité d'eau a été ajoutée ?
- 4 élèves se partagent équitablement le coût d'un covoiturage, soit 48 € en tout. Quelle part paie chaque élève ?

Problèmes

P24 Quelle hauteur pour ce parallélogramme ?

Un parallélogramme a une base de 7 cm et une aire de $32,9 \text{ cm}^2$. On rappelle que l'aire d'un parallélogramme est égale au produit de sa base par sa hauteur.

1. En notant x la hauteur cherchée, en cm, écrire l'équation correspondant à l'aire du parallélogramme.
2. Résoudre cette équation.
3. Vérifier le résultat en recalculant l'aire à partir de la hauteur trouvée.

P25 Le carnet d'économies

Léna veut acheter un vélo qui coûte 73 €. Elle a déjà économisé 33 €, et décide de compléter la somme avec son argent de poche.

1. En notant x la somme qu'il lui reste à économiser, écrire l'équation correspondante, puis la résoudre.
2. Léna décide de mettre de côté 10 € chaque semaine jusqu'à réunir cette somme. En notant n le nombre de semaines nécessaires, écrire l'équation correspondante à partir de la somme trouvée à la question précédente, puis la résoudre.
3. Combien de semaines Léna doit-elle attendre avant d'acheter son vélo ?

P26 La caisse du foyer socio-éducatif

Le foyer socio-éducatif tient un stand lors de la kermesse. Il commence la journée avec un fond de caisse de 16 €. Un seul type d'article est vendu, chacun au même prix de 4 €. En fin de journée, la caisse contient 96 € en tout.

- a. Combien d'articles ont été vendus au cours de la journée ? Détailler la démarche.
- b. Un camarade propose de calculer d'abord l'argent réellement gagné par les ventes, avant de chercher le nombre d'articles. Fait-il la même chose que toi ?

P27 La distribution des lots de la tombola

Pour la tombola de la kermesse, le comité d'organisation a préparé 96 petits lots identiques. Il souhaite les répartir dans des sachets contenant chacun exactement 8 lots, sans qu'il n'en reste à l'écart.

Combien de sachets peuvent être préparés ? Modéliser la situation par une équation, la résoudre, puis vérifier que le résultat obtenu est cohérent avec la situation.

Exercices pluridisciplinaires

P28 La facture de la cantine

Sur la facture mensuelle de la cantine, on lit que 25 repas ont été facturés, pour un total de 125 €. Une tache d'encre a effacé le prix d'un repas.

1. En notant x le prix d'un repas, écrire l'équation permettant de le retrouver.
2. Résoudre cette équation.
3. Le prix obtenu est-il cohérent avec le prix habituel d'un repas de cantine, généralement compris entre 3 € et 8 € ?

P29 Le rail télescopique d'un tiroir

Un rail télescopique de tiroir de cuisine, une fois replié, mesure 221 mm de long. Il est composé d'une partie fixe, vissée au meuble, de 128 mm de long, et d'une partie coulissante télescopique de longueur inconnue.

1. En notant x la longueur de la partie coulissante, en mm, écrire l'équation correspondante.
2. Résoudre cette équation.
3. Donner la longueur de la partie coulissante, avec son unité.

Notion de fonction

Q1 Quelle grandeur dépend de quelle autre ?

Pour chacune des situations suivantes, deux grandeurs sont en jeu et l'une dépend de l'autre.

- Deux grandeurs : **le prix total payé à la caisse et le nombre d'articles achetés**. Laquelle dépend de l'autre ? Recopier et compléter avec « en fonction de ».
- Deux grandeurs : **le montant d'une facture d'eau et le volume d'eau consommé**. Laquelle dépend de l'autre ? Recopier et compléter avec « en fonction de ».
- Deux grandeurs : **le périmètre d'un carré et la longueur de son côté**. Laquelle dépend de l'autre ? Recopier et compléter avec « en fonction de ».
- Deux grandeurs : **le nombre de pages qu'il reste à lire dans un livre et le nombre de pages déjà lues**. Laquelle dépend de l'autre ? Recopier et compléter avec « en fonction de ».

Q2 Compléter une phrase avec « en fonction de »

Pour chaque situation, choisir la grandeur dont dépend réellement celle qui est étudiée, puis recopier et compléter la phrase.

- La longueur de l'ombre d'un poteau dépend-elle plutôt de la hauteur du poteau ou de la marque du poteau ? « La longueur de l'ombre d'un poteau est en fonction de ... »
- La quantité de peinture nécessaire pour peindre un mur dépend-elle plutôt de la surface du mur ou de la date des travaux ? « La quantité de peinture nécessaire pour peindre un mur est en fonction de ... »
- La durée de cuisson d'un rôti dépend-elle plutôt du jour de la semaine ou de la masse du rôti ? « La durée de cuisson d'un rôti est en fonction de ... »
- Le prix d'une course de taxi dépend-elle plutôt de la couleur du taxi ou de la distance parcourue ? « Le prix d'une course de taxi est en fonction de ... »

Q3 Vrai ou faux : « en fonction de »

Pour chaque affirmation, dire si elle est vraie ou fausse, et justifier.

- La quantité d'air brassée chaque minute est en fonction de la vitesse de rotation d'un ventilateur.
- Le nombre de gâteaux préparés avec une même recette est en fonction de la quantité de farine utilisée.
- L'âge d'un arbre est en fonction de la hauteur de cet arbre.
- Le nombre de tours parcourus par un coureur sur une piste est en fonction de la distance totale qu'il a parcourue.

Q4 Repérer la donnée et le résultat

Dans chaque situation, une valeur est choisie librement, puis un calcul produit une autre valeur à partir d'elle.

a. Un carré à tracer

- choisir la longueur du côté d'un carré
- élever ce nombre au carré

Quelle est la grandeur que l'on choisit ? Quelle est celle que l'on obtient ? Laquelle est en fonction de l'autre ?

b. Un programme de calcul

- choisir un nombre
- le doubler
- ajouter 3

Quelle est la grandeur que l'on choisit ? Quelle est celle que l'on obtient ? Laquelle est en fonction de l'autre ?

c. Le rayon fruits et légumes

- poser des fruits sur la balance
- la balance multiplie la masse par le prix au kg

Quelle est la grandeur que l'on choisit ? Quelle est celle que l'on obtient ? Laquelle est en fonction de l'autre ?

Q5 Traduire une situation par une phrase

Pour chaque situation, rédiger une phrase complète avec l'expression « en fonction de ».

- Camille compare, pour plusieurs sacs à dos, leur nombre de poches et leur prix en magasin.
- Malo a chronométré plusieurs coureurs sur 100 m, et a noté pour chacun le temps mis pour arriver.
- Inès remplit un seau avec un robinet qui coule à débit constant, et note le volume d'eau dans le seau toutes les minutes.

Q6 Associer chaque grandeur à celle dont elle dépend

Associer chaque grandeur numérotée à celle, lettrée, dont elle dépend.

- le nombre de parts d'une pizza
- la durée d'un trajet à pied
- le prix d'un plein d'essence
- la masse d'un collier de perles

- le nombre de perles enfilées
- le nombre de convives
- la distance à parcourir
- la capacité du réservoir

Q7 « En fonction de » dans un contexte mathématique

L'expression « en fonction de » s'utilise aussi entre deux grandeurs purement mathématiques.

- Un parallélogramme a une base fixée ; sa hauteur peut varier. Écrire une phrase donnant l'aire du parallélogramme en fonction de l'autre grandeur qui varie.
- On agrandit ou on réduit un carré en changeant la longueur de son côté. Écrire une phrase donnant l'aire du carré en fonction de l'autre grandeur qui varie.
- Un rectangle a une longueur fixée à 8 cm ; sa largeur peut varier. Écrire une phrase donnant l'aire du rectangle en fonction de l'autre grandeur qui varie.
- On trace des triangles équilatéraux de différentes tailles. Écrire une phrase donnant le périmètre du triangle en fonction de l'autre grandeur qui varie.

Q8 Lire un tableau de valeurs

Voici le tarif d'un parking, en fonction de la durée de stationnement.

Durée (h)	1	2	3	4	5
Prix (€)	4	6	8	10	12

- Quel est le tarif pour se garer 3 h ?
- De combien le tarif augmente-t-il lorsque la durée de stationnement augmente d'une heure ?
- Avec 10 €, combien d'heures peut-on rester garé, au maximum ?

Q9 Compléter un tableau à partir d'une règle

Une suite de nombres commence à 5. Chaque nombre s'obtient en ajoutant 5 au précédent.

Rang	0	1	2	3	4
Nombre	5	?	?	?	?

- Compléter le tableau.

Q10 Produire un tableau à partir d'un programme de calcul

On applique le programme de calcul suivant à plusieurs nombres de départ.

- Choisir un nombre
- Le multiplier par 2
- Ajouter 2

Nombre choisi	1	2	3	4	5
Résultat	?	?	?	?	?

- Compléter le tableau donnant le résultat en fonction du nombre choisi.

Q11 Produire un tableau à partir d'une situation concrète

Un artisan facture 40 € de déplacement, puis 25 € par heure de travail.

- Produire un tableau donnant le prix payé en fonction de la durée d'intervention, pour une durée de 1 h à 5 h.

Durée (h)	1	2	3	4	5
Prix (€)	?	?	?	?	?

Q12 Lire un tableau : plusieurs réponses possibles

Le tableau donne le nombre de clients présents dans un magasin, relevé chaque heure d'ouverture.

Heure	9 h	10 h	11 h	12 h	13 h	14 h
Clients	2	3	4	5	4	3

- Combien de clients y avait-il à 11 h ?
- À quelle heure le nombre de clients a-t-il été le plus élevé ? Combien y en avait-il alors ?
- À quelle(s) heure(s) le magasin a-t-il compté 4 clients ? Y a-t-il une seule réponse possible ?
- Pendant quelles heures le nombre de clients a-t-il augmenté ? diminué ?

Q13 Comparer deux tableaux de valeurs

Un studio photo propose deux tarifs pour le tirage de photos.

- Offre A (sans abonnement, 3 € la photo) :

Photos	1	2	3	4	5
Prix (€)	3	6	9	12	15

- Offre B (abonnement de 2 €, puis 2 € la photo) :

Photos	1	2	3	4	5
Prix (€)	4	6	8	10	12

- Pour 1 photos, quelle offre est la moins chère ? Pour 5 photos ?
- À partir de combien de photos l'offre B devient-elle la plus avantageuse ?

Q14 Retrouver la règle d'un tableau à trous

Le tableau ci-dessous donne les valeurs d'une grandeur en fonction de x , mais deux cases ont été effacées.

x	0	1	2	3	4	5
Valeur	0	2	?	?	8	10

Observer de combien la valeur augmente à chaque fois que x augmente de 1.

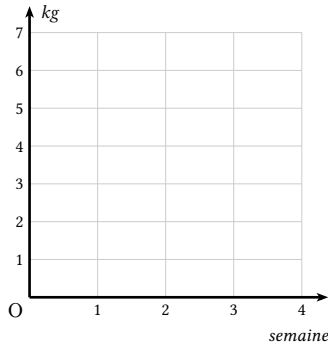
- Compléter les deux cases manquantes.
- Décrire, en une phrase, la règle qui permet d'obtenir la valeur à partir de x .

Q15 Placer des points à partir d'un tableau de valeurs

Un vétérinaire a pesé un chiot chaque semaine depuis sa naissance.

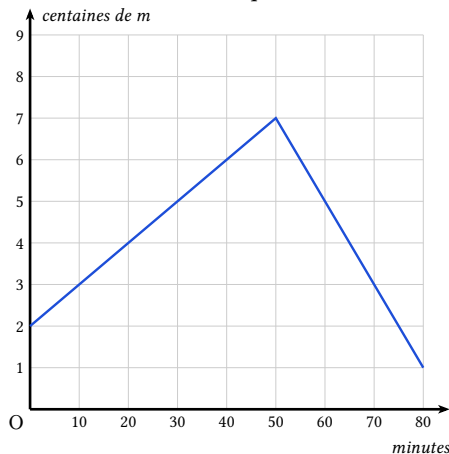
Semaine	0	1	2	3	4
Masse (kg)	1	3	4	5	6

- a. Dans le repère ci-dessous, placer les cinq points correspondant à ce tableau (une graduation représente une semaine en abscisse, un kilogramme en ordonnée).



Q16 Lire un graphique cartésien

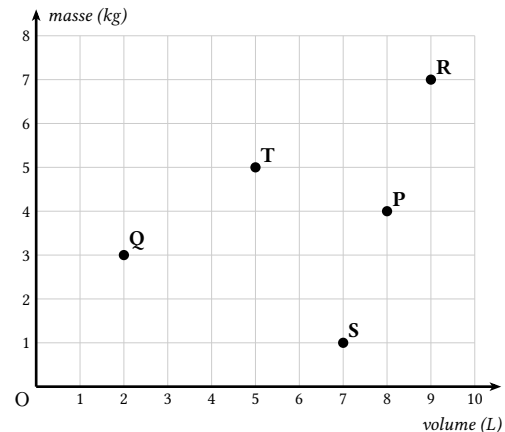
Le graphique donne l'altitude d'un ballon-sonde, en centaines de mètres, toutes les 10 minutes après son lâcher.



- Quelle était l'altitude du ballon 50 minutes après son lâcher ?
- À quel moment l'altitude a-t-elle été la plus élevée (c'est l'éclatement du ballon) ? Quelle était alors cette altitude ?
- À quel(s) instant(s) le ballon est-il passé par 600 m d'altitude ? Y a-t-il une seule réponse ?

Q17 Lire un nuage de points

Un livreur a noté, pour cinq colis, leur volume (en L) et leur masse (en kg). Le nuage de points ci-dessous représente ces cinq colis.

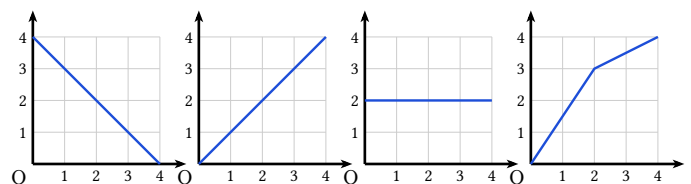


- Lire le volume et la masse de chacun des cinq colis.
- Quel colis est le plus lourd ? Quel colis a le plus grand volume ?
- Le colis P et un autre colis ont-ils le même volume ? la même masse ?

Q18 Associer un graphique à une histoire

Voici quatre graphiques donnant le niveau d'eau d'un réservoir en fonction du temps, et quatre histoires.

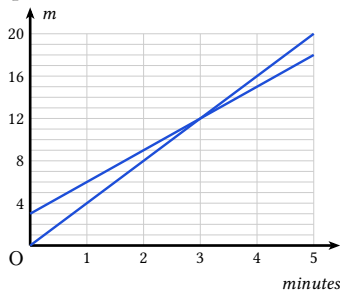
Graphique 1 Graphique 2 Graphique 3 Graphique 4



- On remplit un réservoir vide à l'aide d'un robinet qui coule à débit constant. Quel graphique ?
- Un réservoir plein se vide par un robinet ouvert au débit constant. Quel graphique ?
- Le réservoir, à moitié plein, n'est ni rempli ni vidé : personne n'y touche. Quel graphique ?
- On remplit un réservoir rapidement au début, puis on ferme peu à peu le robinet : le débit ralentit progressivement. Quel graphique ?

Q19 Comparer deux courbes dans un même repère

Aya (courbe la plus raide) et Bo partent en vélo sur la même piste. Le graphique donne la distance parcourue par chacun en fonction du temps.



- Qui est en tête au départ (à l'instant 0) ? Pourquoi ?
- Qui roule le plus vite ? Comment le voit-on sur le graphique ?
- Les deux courbes se croisent-elles ? Si oui, à quel instant, et à quelle distance ?
- À l'instant 1 min, qui est en tête ?

Q20 Construire un graphique à partir d'un tableau

Voici la quantité de neige tombée, en cm, mesurée chaque heure pendant une tempête.

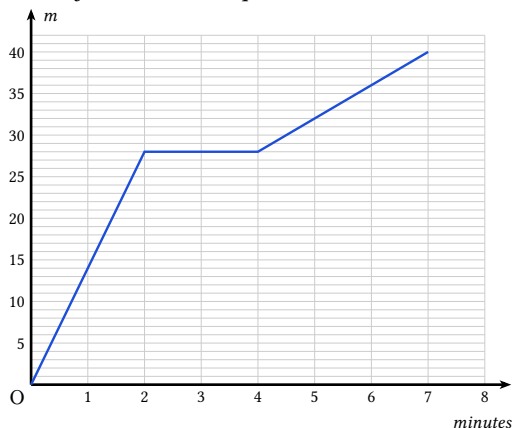
Heure	0	1	2	3	4
Neige (cm)	2	2	4	7	9

Placer l'heure en abscisse et la quantité de neige en ordonnée. Relier les points d'une heure à l'autre par un segment.

- Sur papier quadrillé (ou à l'aide d'un tableur-grapheur), construire le graphique cartésien représentant la quantité de neige tombée en fonction du temps.

Q21 Comparer des vitesses de variation

Une voiture roule en ville. Le graphique donne la distance parcourue en fonction du temps.



- Que se passe-t-il entre 2 min et 4 min ? Comment le voit-on sur le graphique ?
- Calculer la vitesse de la voiture pendant les 2 premières minutes, puis pendant les 3 dernières minutes.
- Pendant quel intervalle la voiture a-t-elle roulé le plus vite ?

Q22 Produire un tableau à partir d'une formule

Dans une compagnie de taxis, on obtient le prix du trajet en multipliant la distance parcourue (en km) par 3, puis en ajoutant 3.

km	1	2	3	4	5
€	?	?	?	?	?

- Compléter le tableau à l'aide de la formule.

Q23 Calculer une valeur à l'aide d'une formule

Pour calculer le prix d'une location de vélo, on multiplie le nombre d'heures par 6, puis on ajoute 5 (cadenas fourni).

- Calculer le prix payé pour 2 h de location.
- Calculer le prix payé pour 12 h de location.

Q24 Produire une formule à partir d'une situation

Pour chaque situation, produire une formule permettant de calculer le prix payé en fonction de l'autre grandeur.

- Un plombier facture 6 € de déplacement, puis 2 € par demi-heure d'intervention. Écrire une formule donnant le prix payé en fonction de le nombre de demi-heures.
- Une salle de sport facture 11 € d'inscription, puis 2 € par séance. Écrire une formule donnant le prix payé en fonction de le nombre de séances.
- Un pressing facture 14 € de frais fixes, puis 7 € par pièce nettoyée. Écrire une formule donnant le prix payé en fonction de le nombre de pièces nettoyées.

Problèmes

Q25 Le trajet en train

Un train relie deux villes. Le graphique donne la distance parcourue par le train, en km, en fonction de la durée écoulée depuis son départ, en minutes (une graduation représente 5 minutes). Après une première phase à vitesse constante, le train marque un arrêt en gare, puis repart à une autre vitesse, elle aussi constante.



- Recopier et compléter : « La distance parcourue par le train est (...) la durée écoulée depuis son départ. »
- Quelle distance le train a-t-il parcourue 5 minutes après son départ ?
- Combien de temps le train est-il resté à l'arrêt en gare ? Quelle distance a-t-il parcourue pendant cet arrêt ?
- La distance parcourue est-elle proportionnelle à la durée écoulée depuis le départ, sur l'ensemble du trajet ? Justifier à l'aide du graphique.

Q26 Le remplissage d'un aquarium

Une aquariophile remplit un aquarium à l'aide d'un tuyau à débit constant. Au moment où elle démarre son chronomètre, l'aquarium contient déjà 6 L d'eau. Chaque minute, le tuyau ajoute 3 L supplémentaires.

Minutes	0	1	2	3	4
Volume (L)	?	?	?	?	?

- Compléter le tableau ci-dessus.
- Sur papier quadrillé, construire le graphique cartésien représentant le volume d'eau dans l'aquarium en fonction de la durée écoulée depuis le départ du chronomètre.
- Sans prolonger le tableau ni le graphique, calculer le volume d'eau dans l'aquarium au bout de 8 minutes.
- Ce volume d'eau est-il proportionnel à la durée écoulée depuis le départ du chronomètre ? Justifier.

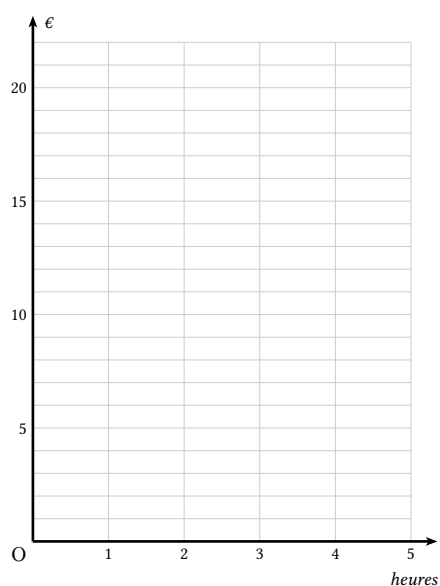
Q27 Deux offres de stationnement

Un parking propose deux façons de payer le stationnement.

Offre A : 4 € par heure, sans autre frais.

Offre B : un forfait de 1 € (quelle que soit la durée), puis 3 € par heure.

Durée (h)	1	2	3	4	5
Offre A (€)	?	?	?	?	?
Offre B (€)	?	?	?	?	?



- Recopier et compléter : « Le prix payé, pour chacune des deux offres, est (...) la durée de stationnement. »
- Compléter le tableau ci-dessus pour les deux offres.
- Dans le repère ci-dessus, tracer les deux graphiques correspondant aux deux offres.
- Laquelle des deux offres correspond à une situation de proportionnalité ? Justifier à l'aide du graphique. À partir de combien d'heures l'offre B devient-elle plus avantageuse que l'offre A ?

Q28 Combien de sucre pour la confiture ?

Un chef cuisinier prépare des confitures pour la fête de l'école. Voici les quantités de sucre qu'il a utilisées lors de ses précédentes préparations, pour différentes quantités de fruits.

Fruits (kg)	5	7	8
Sucre (kg)	10	14	16

- Le chef doit préparer une nouvelle confiture avec 10 kg de fruits. Combien de sucre doit-il prévoir ? Expliquer la démarche utilisée.
- Comment pourrait-on vérifier, à l'aide d'un graphique, que la quantité de sucre est proportionnelle à la quantité de fruits ?

Exercices pluridisciplinaires**Q29 La température de l'eau qui chauffe**

En cours de physique-chimie, un professeur chauffe de l'eau dans un bécher à l'aide d'une plaque chauffante. Au début de l'expérience, l'eau est à 20 °C. Chaque minute qui passe, sa température augmente de 8 °C.

Minutes	0	1	2	3	4	5
Température (°C)	?	?	?	?	?	?

- Recopier et compléter : « La température de l'eau est (...) de la durée de chauffe. »
- Compléter le tableau ci-dessus, en calculant la température de l'eau minute par minute.
- Représenter cette situation par un graphique cartésien, sur papier quadrillé.
- Sans prolonger le tableau, déterminer au bout de combien de minutes l'eau atteindra 100 °C, sa température d'ébullition.

Q30 L'évolution de la population de Verchamps

Voici l'évolution de la population de Verchamps, en milliers d'habitants, recensée tous les 20 ans depuis 1950.

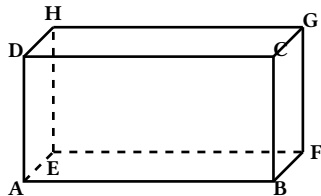
Année	1950	1970	1990	2010	2030
Population (milliers)	24	36	32	42	48

- Recopier et compléter : « La population de Verchamps est (...) des années. »
- Dans un repère (abscisse : les années, ordonnée : la population en milliers d'habitants), placer les cinq points correspondant à ce tableau, et les relier.
- Entre quelles deux années la population de Verchamps a-t-elle diminué ? Comment le voit-on sur le graphique ?
- Proposer une explication historique possible à cette baisse, puis à la reprise de la croissance qui suit.

Espace : prismes et cylindres

R1 Vocabulaire du pavé droit

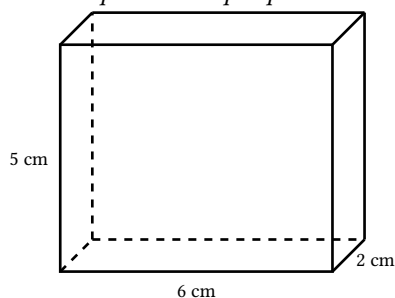
$ABCDEFGH$ est un pavé droit représenté ci-dessous en perspective cavalière ($ABCD$ la face avant, $EFGH$ la face arrière).



- Combien un pavé droit a-t-il de faces, d'arêtes et de sommets ?
- Nommer les trois faces qui contiennent le sommet A, puis la face opposée à $ABCD$ (celle qui n'a aucun sommet commun avec elle).
- Quel est, sur ce dessin, le seul sommet caché ?
- Citer les trois arêtes qui ont la même longueur que l'arête $[AB]$.

R2 Lire des dimensions sur une perspective cavalière

Voici un pavé droit représenté en perspective cavalière.



- Donner les trois dimensions de ce pavé droit (largeur, profondeur, hauteur).
- Laquelle de ces trois dimensions n'est **pas** dessinée en vraie grandeur sur le papier ? Pourquoi ?
- La perspective cavalière réduit les longueurs fuyantes de moitié. Quelle longueur, en cm, doit-on réellement tracer sur le papier pour représenter la profondeur ?

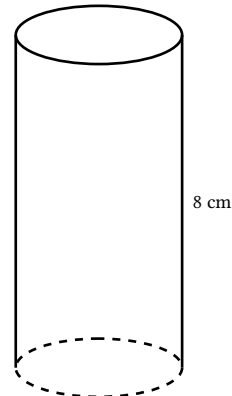
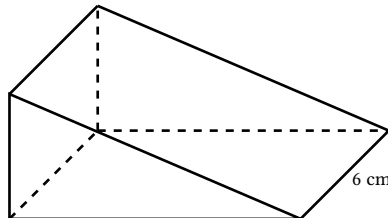
R3 Vrai ou faux sur la perspective cavalière

Pour chaque affirmation, dire si elle est vraie ou fausse. Justifier.

- Les arêtes fuyantes, qui représentent la profondeur, sont toutes parallèles entre elles sur le dessin.
- Sur un dessin en perspective cavalière, la face avant d'un pavé droit est représentée en vraie grandeur.
- Sur le dessin, une arête fuyante a la même longueur que l'arête réelle qu'elle représente.
- Un cube dessiné en perspective cavalière a l'air d'un carré sur chacune de ses six faces.
- Les arêtes cachées sont dessinées en pointillés.

R4 Vocabulaire du prisme droit et du cylindre

Voici un prisme droit à base triangulaire et un cylindre de révolution, représentés en perspective cavalière.

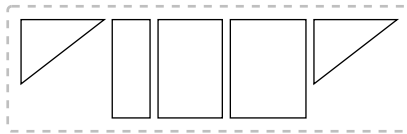


- Pour le prisme : comment s'appellent les deux faces triangulaires, et combien a-t-il de faces latérales ? De quelle forme sont-elles ?
- Pour le prisme : que représente la longueur des arêtes fuyantes, lue 6 cm sur le dessin ?
- Pour le cylindre : comment s'appellent les deux faces planes ? Quelle est leur forme ?
- Pour le cylindre : que représente la longueur lue 8 cm sur le dessin ?

R5 Associer un patron à son solide

Voici quatre patrons, désignés par une lettre. Trois d'entre eux correspondent à un solide étudié dans ce chapitre ; le quatrième n'en est le patron d'aucun.

Patron A



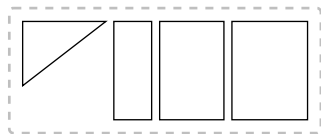
Patron B



Patron C



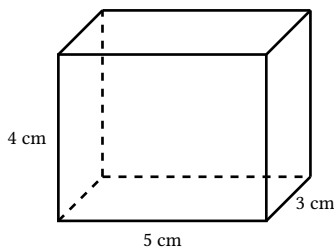
Patron D



1. Quel patron correspond à un pavé droit ?
2. Quel patron correspond à un cylindre de révolution ?
3. Quel patron correspond à un prisme droit à base triangulaire ?
4. Quel patron ne correspond à aucun de ces trois solides ? Que lui manque-t-il ?

R6 Le patron d'un pavé droit

Voici un pavé droit de longueur 5 cm, de largeur 3 cm et de hauteur 4 cm.

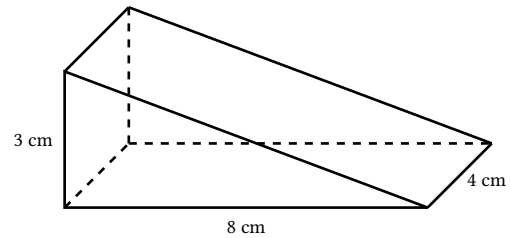


Le patron d'un pavé droit comporte six rectangles, identiques deux par deux.

1. Donner les dimensions du rectangle qui correspond à la face avant du pavé (et à la face arrière, identique).
2. Donner les dimensions du rectangle qui correspond au dessus (et au dessous).
3. Donner les dimensions du rectangle qui correspond au côté gauche (et au côté droit).

R7 Le patron d'un prisme droit

Ce prisme droit, dessiné en perspective cavalière, a des bases triangulaires rectangles, de côtés 8 cm et 3 cm ; sa longueur est de 4 cm.

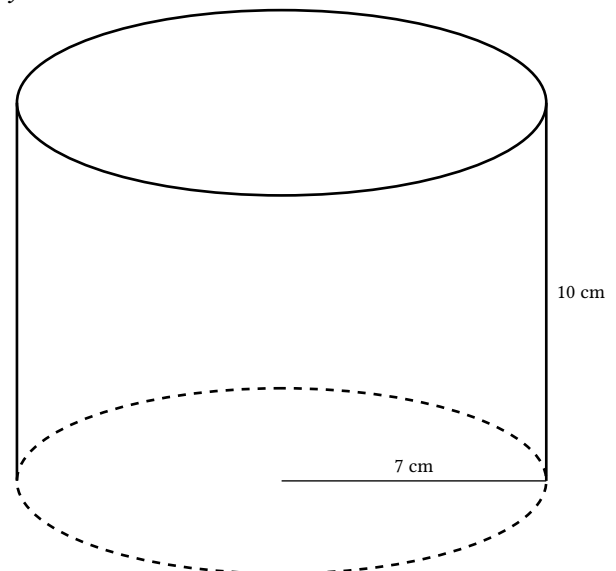


Le patron de ce prisme comporte deux triangles (les bases) et trois rectangles (les faces latérales), tous de même hauteur.

1. Quelle est, sur le patron, la hauteur commune aux trois rectangles latéraux ?
2. Deux des trois rectangles latéraux ont pour largeur un côté du triangle donné dans l'énoncé. Donner leurs dimensions.
3. Comment obtient-on la largeur du troisième rectangle latéral, sans la mesurer directement sur le dessin ?

R8 Le patron d'un cylindre de révolution

Ce cylindre de révolution, dessiné en perspective cavalière, a un rayon de base 7 cm et une hauteur de 10 cm.



Le patron d'un cylindre comporte deux disques (les bases) et un rectangle (la surface latérale déroulée). On rappelle que le périmètre d'un disque de rayon r vaut $2 \times \pi \times r$, avec $\pi \approx 3,14$.

1. Donner le rayon des deux disques du patron.
2. Donner la hauteur du rectangle du patron.
3. Calculer la largeur du rectangle du patron : c'est le périmètre d'un disque de base.

R9 Connaître les unités de volume

Pour chaque affirmation, dire si elle est vraie ou fausse. Justifier.

- a. $1 \text{ cm}^3 = 1000 \text{ mm}^3$.
- b. Un cube d'arête 1 cm a un volume de 1 cm^3 , quelles que soient ses autres dimensions.
- c. $1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ dm}^3$.
- d. $1 \text{ dm}^3 = 100 \text{ cm}^3$.
- e. Pour convertir un volume de cm^3 en m^3 , on multiplie par 1000000.

R10 Convertir des unités de volume

Convertir chaque volume dans l'unité demandée.

- a. $29 \text{ dm}^3 = \dots\dots \text{ m}^3$ b. $17 \text{ m}^3 = \dots\dots \text{ dm}^3$
 c. $60 \text{ mm}^3 = \dots\dots \text{ cm}^3$ d. $76 \text{ cm}^3 = \dots\dots \text{ mm}^3$
 e. $46 \text{ dm}^3 = \dots\dots \text{ cm}^3$ f. $19 \text{ cm}^3 = \dots\dots \text{ dm}^3$

R11 Connaître les unités de capacité

Pour chaque affirmation, dire si elle est vraie ou fausse. Justifier.

- a. $1 \text{ dL} = 1000 \text{ mL}$.
 b. $1 \text{ L} = 10 \text{ dL}$.
 c. $1 \text{ L} = 100 \text{ cL}$.
 d. Le litre est l'unité de capacité correspondant au dm^3 .
 e. Pour convertir une capacité de mL en L, on divise par 1000.

R12 Convertir des unités de capacité

Convertir chaque capacité dans l'unité demandée.

- a. $65 \text{ mL} = \dots\dots \text{ cL}$ b. $39 \text{ L} = \dots\dots \text{ dL}$
 c. $9 \text{ cL} = \dots\dots \text{ dL}$ d. $39 \text{ dL} = \dots\dots \text{ cL}$
 e. $88 \text{ dL} = \dots\dots \text{ L}$ f. $11 \text{ cL} = \dots\dots \text{ mL}$

R13 Convertir entre volume et capacité

Convertir chaque volume ou capacité dans l'unité demandée. On rappelle que $1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ L}$, $1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ mL}$ et $1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ L}$.

- a. $91 \text{ L} = \dots\dots \text{ dm}^3$
 b. $9 \text{ m}^3 = \dots\dots \text{ L}$
 c. $15 \text{ mL} = \dots\dots \text{ cm}^3$
 d. $87 \text{ dm}^3 = \dots\dots \text{ L}$

R14 Choisir l'unité adaptée

Pour chaque situation, choisir l'unité la plus adaptée parmi les deux proposées.

- a. La capacité d'un verre à moutarde : 20 cL ou 20 L ?
 b. Le volume d'une salle de classe : 180 dm^3 ou 180 m^3 ?
 c. Le volume d'une gomme : 10 cm^3 ou 10 m^3 ?
 d. Le volume d'un dé à jouer : 1 dm^3 ou 1 cm^3 ?
 e. Le volume d'une piscine de jardin : 8 cm^3 ou 8 m^3 ?
 f. La capacité d'une baignoire remplie : 150 mL ou 150 L ?

R15 Comparer des volumes dans des unités différentes

Un flacon A contient 168 cm^3 de parfum, un flacon B contient 423 mL de parfum, et un flacon C contient 3 L de parfum.

- a. Convertir les trois quantités dans la même unité, au choix (on rappelle que $1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ mL}$).
 b. Ranger les trois flacons par quantité croissante.

R16 Volume d'un cube

Un cube a une arête de 5 dm .

- a. Rappeler la formule du volume d'un cube d'arête c .
 b. Calculer le volume de ce cube.

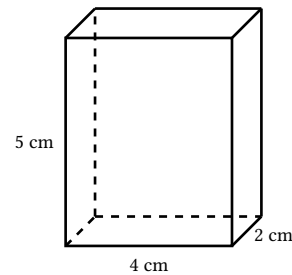
R17 Volume d'un pavé droit

Un pavé droit a pour longueur 4 m , pour largeur 6 m et pour hauteur 3 m .

- a. Rappeler la formule du volume d'un pavé droit de dimensions L , l et h .
 b. Calculer le volume de ce pavé droit.

R18 Volume d'un pavé droit en perspective cavalière

Ce pavé droit est représenté en perspective cavalière, avec ses dimensions en cm.



- a. Lire les trois dimensions du pavé droit sur le dessin.
 b. Calculer son volume.

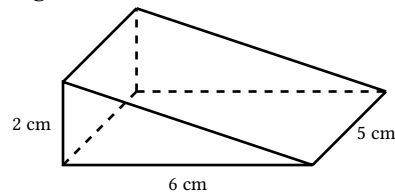
R19 Trouver une dimension manquante connaissant le volume

Un pavé droit a un volume de 63 cm^3 . Sa longueur mesure 3 cm et sa largeur 3 cm .

- a. En notant h la hauteur cherchée, en cm, traduire la situation par une équation.
 b. Résoudre cette équation pour trouver la hauteur du pavé droit.

R20 Volume d'un prisme droit à base triangulaire

Ce prisme droit a une base triangulaire rectangle, de côtés 6 cm et 2 cm ; sa longueur est de 5 cm .



Le volume d'un prisme droit est le produit de l'aire de sa base par sa hauteur (ici la longueur 5 cm).

- a. Calculer l'aire de la base triangulaire.
 b. En déduire le volume du prisme.

R21 Volume d'un prisme droit à base parallélogramme

Un prisme droit a pour base un parallélogramme de base 5 cm et de hauteur 3 cm (relativement à cette base). La longueur du prisme (la distance entre ses deux bases) est de 8 cm .

- a. Calculer l'aire de la base parallélogramme.
 b. En déduire le volume du prisme.

R22 Formule littérale du volume d'un pavé droit

Un pavé droit a une largeur l égale à la moitié de sa longueur L , et une hauteur h .

- a. Rappeler la formule du volume V d'un pavé droit en fonction de L , l et h .
 b. Écrire l en fonction de L , puis en déduire l'expression de V en fonction de L et h seulement.
 c. Calculer V pour $L = 12 \text{ cm}$ et $h = 6 \text{ cm}$.

R23 Convertir un volume calculé en litres

Un aquarium a la forme d'un pavé droit de longueur 40 cm, de largeur 40 cm et de hauteur 50 cm.

- Calculer le volume de cet aquarium, en cm^3 .
- Convertir ce volume en dm^3 , puis en déduire sa capacité en litres.

R24 Aire d'un disque connaissant le rayon

Calculer l'aire d'un disque de rayon r , en prenant $\pi \approx 3,14$. On rappelle que l'aire d'un disque de rayon r vaut $\pi \times r^2$.

- $r = 4$ cm.
- $r = 4$ cm.
- $r = 9$ cm.

R25 Aire d'un disque connaissant le diamètre

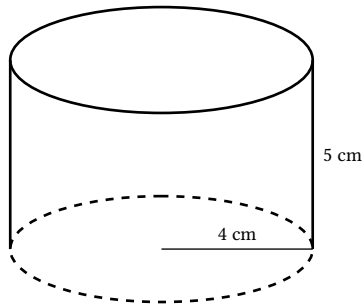
Calculer l'aire d'un disque de diamètre d , en prenant $\pi \approx 3,14$.

Le rayon est la moitié du diamètre : $r = \frac{d}{2}$.

- $d = 8$ cm.
- $d = 6$ cm.
- $d = 4$ cm.

R26 Volume d'un cylindre de révolution connaissant le rayon

Ce cylindre de révolution a un rayon de base 4 cm et une hauteur de 5 cm.



Comme pour un prisme, le volume d'un cylindre est le produit de l'aire de sa base par sa hauteur. La base est un disque : $A = \pi \times r^2$, avec $\pi \approx 3,14$.

- Calculer l'aire de la base de ce cylindre.
- En déduire le volume du cylindre.

R27 Volume d'un cylindre de révolution connaissant le diamètre

Un cylindre de révolution a un diamètre de base 8 cm et une hauteur de 9 cm.

Le rayon est la moitié du diamètre. Le volume d'un cylindre est le produit de l'aire de sa base (un disque) par sa hauteur, avec $\pi \approx 3,14$.

- Calculer le rayon de la base.
- Calculer l'aire de la base.
- En déduire le volume du cylindre.

R28 Convertir le volume d'un cylindre en litres

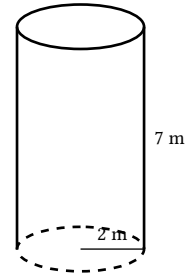
Un seau cylindrique a un rayon de base 7 cm et une hauteur de 18 cm.

- Calculer le volume de ce seau, en cm^3 , en prenant $\pi \approx 3,14$.
- Convertir ce volume en litres (arrondir au centième de litre).

Problèmes

R29 Le silo à grains

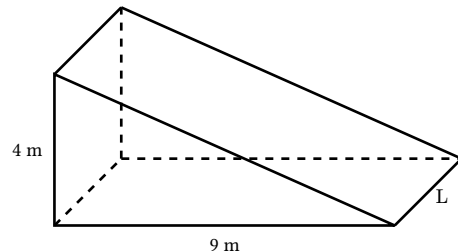
Un silo à grains a la forme d'un cylindre de révolution de rayon 2 m et de hauteur 7 m. Il est rempli par une vis d'alimentation à un débit constant de 500 litres par minute.



- Calculer l'aire de la base du silo, en m^2 , en prenant $\pi \approx 3,14$.
- En déduire le volume du silo, en m^3 .
- Convertir ce volume en litres (on rappelle que $1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ L}$).
- En utilisant le débit de la vis d'alimentation, calculer, à la minute près, la durée nécessaire pour remplir complètement le silo.

R30 La tente de camping

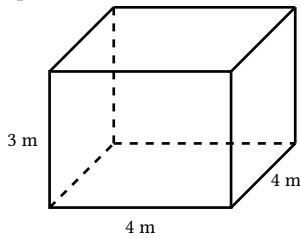
Une tente de camping a la forme d'un prisme droit à base triangulaire : la coupe transversale de la tente est un triangle rectangle, de côtés 9 m et 4 m de part et d'autre de l'angle droit. Le fabricant annonce un volume intérieur de 90 m^3 ; la longueur L de la tente, en m, est à déterminer.



- Écrire littéralement l'aire A de la base triangulaire en fonction de b (le côté 9 m) et h_b (le côté 4 m), puis calculer sa valeur.
- En notant L la longueur cherchée, en m, traduire la phrase « le volume intérieur de la tente est 90 m^3 » par une équation, puis la résoudre pour trouver L .
- Vérifier le résultat en recalculant le volume avec la valeur de L trouvée.

R31 La citerne d'eau de pluie

Une citerne de récupération d'eau de pluie a la forme d'un pavé droit de longueur 4 m, de largeur 4 m et de hauteur 3 m. Le prix de l'eau est de 3 € par m^3 .



1. Calculer le volume de cette citerne, en m^3 .
2. Convertir ce volume en litres.
3. En utilisant la proportionnalité, calculer le prix total de l'eau nécessaire pour remplir entièrement la citerne.

R32 Concevoir une boîte pour des billes

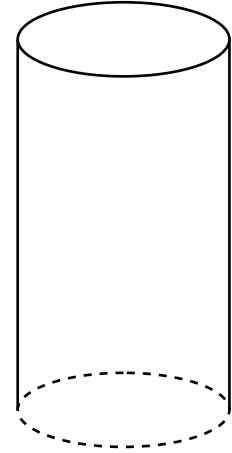
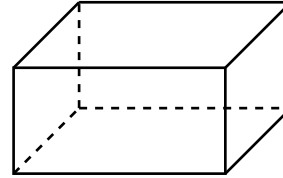
Un fabricant de billes en verre veut vendre un lot de billes dans une boîte. Il souhaite que le volume intérieur de la boîte soit d'au moins 290 cm^3 , et que sa hauteur ne dépasse pas 13 cm (pour qu'elle tienne sur l'étagère du magasin). Il hésite entre une boîte en forme de pavé droit et une boîte cylindrique.

- a. Proposer des dimensions, en nombres entiers de cm, pour une boîte en forme de pavé droit **et** pour une boîte cylindrique qui respectent toutes les deux les deux contraintes. Vérifier chaque proposition par le calcul de son volume (en prenant $\pi \approx 3,14$ pour le cylindre).
- b. Un camarade a choisi d'autres dimensions que les vôtres, tout en respectant lui aussi les deux contraintes. A-t-il forcément trouvé le même volume que vous ? Justifier.
- c. À votre avis, laquelle de vos deux boîtes utilise le moins de carton pour un volume donné ? Aucun calcul n'est exigé : proposer une piste de réflexion.

Exercices pluridisciplinaires

R33 Une sculpture en bronze

Une artiste conçoit une sculpture en bronze, composée d'un socle en forme de pavé droit (longueur 8 cm, largeur 7 cm, hauteur 4 cm), surmonté d'une colonne cylindrique (rayon 4 cm, hauteur 14 cm).

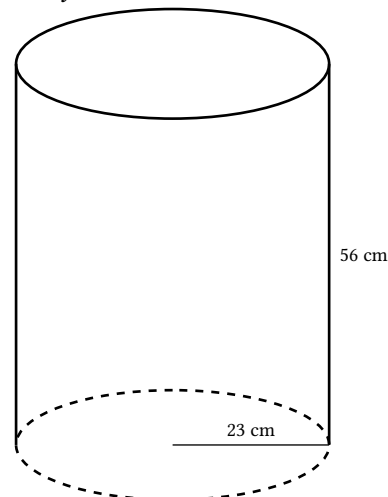


1. Calculer le volume du socle (pavé droit).
2. Calculer le volume de la colonne (cylindre), en prenant $\pi \approx 3,14$.
3. En déduire le volume total de bronze nécessaire pour cette sculpture, en cm^3 .
4. Convertir ce volume total en dm^3 .

R34 A rain barrel

In the United States, garden **rain barrels** (récupérateurs d'eau de pluie) are often sold with their capacity given in **gallons** rather than in litres. On considère qu'1 gallon américain correspond à environ 3,8 L.

Un fabricant américain propose un récupérateur d'eau de pluie cylindrique, de rayon 23 cm et de hauteur 56 cm.



1. Calculer le volume de ce récupérateur, en cm^3 , avec $\pi \approx 3,14$.
2. Convertir ce volume en litres.
3. En utilisant l'équivalence donnée, convertir ce volume en gallons (arrondir au dixième).